

# 北京师范大学

## 2013年数学分析与高等代数试题(回忆版)

编辑: zhangwei

2013年3月21日

### 高等代数部分(65分)

1,(15')叙述并证明克莱姆法则。

2,(15')设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 是 $F[x]$ 中的多项式,  $a, b, c, d \in F$ , 如果  $ad - bc \neq 0$ , 那么  $(f(x), g(x)) = (af(x) + bg(x), cf(x) + dg(x))$

3,(20') $V$ 是 $R$ 上的有限维线性空间,  $V_1, V_2$ 是 $V$ 的两个子空间。

证明:  $\dim(V_1 + V_2) = \dim(V_1) + \dim(V_2) - \dim(V_1 \cap V_2)$

4,(15') $A$ 是 $n$ 阶方阵, 证明: 存在矩阵 $B, C$  s.t.  $A = BC$

其中 $B$ 可逆且 $C = C^2$ 。

### 数学分析部分(85分)

5,(15')求 $f(x, y) = (x + y)e^{-(x^2+y^2)}$ 的极值。

6,(15')计算三重积分 $\iiint_V (x + y) dx dy dz$  其中 $V$ 是 $z = x^2 - y^2, z = 0, x = 1$ 所围的体积。

7,(15')求 $f(x) = \arctan x$ 在 $x = 0$ 的Taylor级数, 并计算

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$$

8,(15')具体题目记不得了, 但记得考察的是Riemann - Lebesgue可积, 把积分变得复杂即可证明此题。

9,(25') $f(x)$ 在 $R$ 上连续, 且  $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = A$  (有限数)

(1), 证明:  $f(x)$ 在 $R$ 上一致连续。

(2)  $\forall \eta \in (0, \pi)$ , 证明:  $F_n(x) = \int_{\eta}^{\pi} f(x+t) \sin ntdt$ 在 $R$ 上等度连续。

(3) 证:  $F_n(x)$ 在 $R$ 上一致收敛于0