

## 谢树艺 《矢量分析与场论》习题 1.2

叶卢庆\*

2014 年 11 月 17 日

题目. 如图(1), 设有定圆  $O$  与动圆  $C$ , 半径均为  $a$ , 动圆与定圆外切且滚动, 求动圆上一定点  $M$  所描曲线的矢量方程.

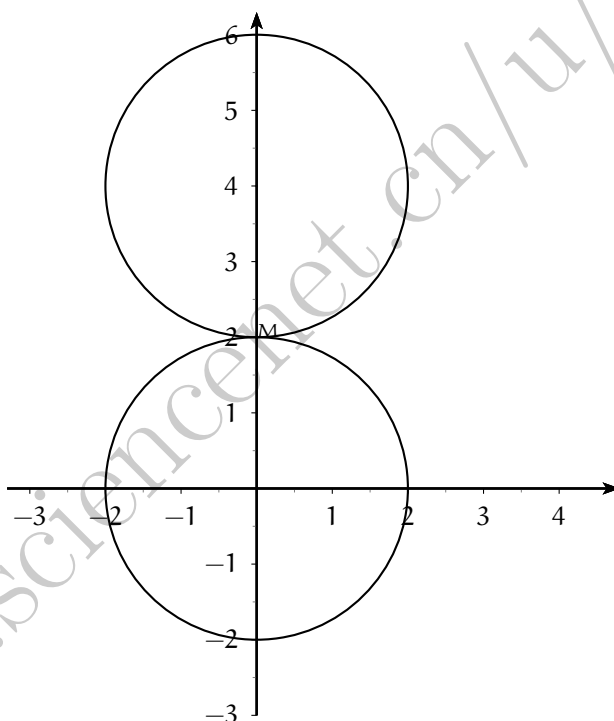


图 1

解. 不妨设点  $M$  通过  $(0, 2a) + (a \cos \theta, a \sin \theta) = (a \cos \theta, 2a + a \sin \theta)$ , 其中  $\theta \in [0, 2\pi)$  是一个常量. 然后设动圆按照逆时针方向沿着定圆滚动. 则当动圆  $C$  的中心变为  $(2a \cos(\frac{\pi}{2} + \gamma), 2a \sin(\frac{\pi}{2} + \gamma))$  ( $\gamma \in [0, \frac{\pi}{2})$ ) 时,  $M$  的坐标变为  $(2a \cos(\frac{\pi}{2} + \gamma), 2a \sin(\frac{\pi}{2} + \gamma)) + (a \cos \theta, a \sin \theta)$ . 于是  $M$  的矢量方程为

$$(a \cos \theta - 2a \sin \gamma)\mathbf{i} + (a \sin \theta + 2a \cos \gamma)\mathbf{j},$$

其中  $\theta$  是常量,  $\gamma$  是变量.

□

\*叶卢庆 (1992—), 男, 杭州师范大学理学院数学与应用数学专业本科在读, E-mail: yeluqingmathematics@gmail.com