

“十三五”国家重点图书出版规划项目
物理学名家名作译丛

[美] 安尼士·马诺哈尔 [美] 马克·怀斯 著
丁亦兵 乔从丰 李学潜 沈彭年 译

重夸克物理

Heavy Quark Physics

中国科学技术大学出版社

安徽省版权局著作权合同登记号:第 12181806 号

Heavy Quark Physics, First Edition by Aneesh Manohar, Mark Wise

first published by Cambridge University Press 2000

All rights reserved.

This simplified Chinese edition for the People's Republic of China is published by arrangement with Cambridge University Press, New York, United States.

© Cambridge University Press & University of Science and Technology of China Press 2018

This book is in copyright. No reproduction of any part may take place without the written permission of Cambridge University Press and University of Science and Technology of China Press.

This edition is for sale in the People's Republic of China (excluding Hong Kong SAR, Macau SAR and Taiwan Province) only.

此版本仅限在中华人民共和国境内(不包括香港、澳门特别行政区及台湾地区)销售。

图书在版编目(CIP)数据

重夸克物理/(美)安尼士·马诺哈尔(Aneesh Manohar),(美)马克·怀斯(Mark Wise)著;丁亦兵等译. —合肥:中国科学技术大学出版社,2018.4

(物理学名家名作译丛)

“十三五”国家重点图书出版规划项目

书名原文:Heavy Quark Physics

ISBN 978-7-312-04322-2

I. 重… II. ①安… ②马… ③丁… III. 高能物理学—研究 IV. O572

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 300735 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026
<http://press.ustc.edu.cn>
<https://zgkxjsdxcbs.tmall.com>

印刷 合肥市宏基印刷有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×1000 mm 1/16

印张 12.25

字数 240 千

版次 2018 年 4 月第 1 版

印次 2018 年 4 月第 1 次印刷

定价 39.00 元

内 容 简 介

对于重夸克物理的理解给物理学家提供了检验量子色动力学和标准模型预言的相当好的机会。作为高能物理热点领域的导论性教科书之一，本书首先评述了标准模型，接着详细介绍了重夸克的自旋-味对称性基础和它在对态的分类、衰变和碎裂方面的应用；发展了重夸克等效理论，并将其用于研究强子质量、形状因子及遍举衰变速率；讨论了手征微扰论对重强子的应用。本书由两位世界领军级专家撰写，叙述清晰、原始、简明易懂，详细地给出了关键的计算步骤，每一章末尾都提供了一些习题和参考文献。

本书为粒子物理专业的研究生提供了重夸克物理的理想的介绍。对于从事高能物理教学和实验研究的人员也是一本很好的参考书。

序

随着若干新的高亮度实验装置开始取数，我们正在进入一个令人振奋的 B 介子物理时代。新的测量会提供有关夸克耦合和 CP 破坏的信息。若要充分使用这些实验数据，那么给出基于标准模型拉格朗日量中基本参数的有关强子衰变振幅可靠的理论计算非常重要。最近几年，人们利用重夸克有效理论（HQET）做了若干这类理论计算，重夸克有效理论现已成为处理重强子相互作用一种不可或缺的理论工具。这种理论形式显含重味夸克的自旋-味对称性，而该对称性在无穷大夸克质量极限下是严格成立的，它允许人们系统地计算对于有限夸克质量情形的修正项。

这本教材旨在向读者介绍重夸克有效理论的基本概念和方法，并逐步扩展到做具体计算的水平。它并不打算成为一本对重夸克物理研究的综述，而是想作为理论和实验物理学家都可以理解的一本介绍性读物。我们希望这本书不仅对做重夸克物理研究的人有用，而且对那些虽从事高能物理其他方面研究，但有意深入了解重夸克有效理论方法的人有益。我们相信，如果要想让这本书起到这种作用，重要的一点就是不能太长。曾经努力要把书控制在 200 页左右，但这就需要对哪部分内容保留做出困难的抉择。

书中的内容难易不一。1.8 节关于算符乘积展开、4.6 节关于重整化子（renormalon）、第 6 章关于 B 介子的单举衰变，较书中的其他部分要难得多。尽管这些内容非常重要，但读者可以根据自身背景情况在读第一遍的时候跳过去，这会是有益的。第 3 章涉及场论中所熟

识的辐射修正，例如在研究生量子电动力学课程中关于重整化的讨论。对圈图修正感到有困难的读者，可以承认那些一圈图的结果，而不必追究计算的细节。每章后面有一节习题，是为了使读者对该章所介绍的概念有更多的体验。这些习题难易不一，大多数可以在很短的时间内完成。有 3 个例外，它们是第 3 章的问题 2 以及第 6 章的问题 3 和 7，做这几道题相当费时。

这本书可以作为研究生一个学期重味物理课程的教材。事先对量子场论以及对标准模型的适度了解，可以为这本书准备必需的背景基础知识。但对后者的要求并不高，因为第 1 章就是用来回顾标准模型的。

本书只对那些不能容易地从粒子数据表 (PDG: <http://pdg.lbl.gov>) 找到的实验数据和格点量子色动力学的计算结果给出参考文献。然而，在每章的结尾处都给出了一些文献的阅读指南。在那里强调的是关于早期的一些文章，即便如此，给出的清单也远不是完全的。

我们从众多读过此书不同版本初稿的同事的评论中受益良多。他们中特别值得一提的有：Martin Gremm, Elizabeth Jenkins, Adam Leibovich 和 Zoltan Ligeti。他们对本书给出了很多非常有价值的建议。

有关本书内容的更新可以通过网址 <http://einstein.ucsd.edu/hqbook> 找到。

目 次

序	i
第 1 章 回顾	1
1.1 标准模型	1
1.2 圈	8
1.3 复合算符	15
1.4 量子色动力学和手征对称性	17
1.5 将重夸克积分掉	23
1.6 弱衰变的有效哈密顿量	24
1.7 π 介子的衰变常数	29
1.8 算符乘积展开	31
1.9 习题	40
1.10 参考文献	41
第 2 章 重夸克	43
2.1 引言	43
2.2 量子数	44
2.3 重强子激发态的强衰变	49
2.4 碎裂到重强子	51
2.5 场的协变表示	53
2.6 有效拉氏量	57
2.7 态的归一化	59
2.8 重介子衰变常数	60
2.9 $\bar{B} \rightarrow D^{(*)}$ 的形状因子	62
2.10 $\Lambda_c \rightarrow \Lambda$ 的形状因子	69
2.11 $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c$ 的形状因子	70

2.12	习题	71
2.13	参考文献	74
第 3 章	辐射修正	76
3.1	HQET 中的重整化	76
3.2	QCD 和 HQET 的匹配	83
3.3	重-轻流	85
3.3.1	QCD 计算	87
3.3.2	HQET 计算	89
3.4	重-重流	93
3.5	习题	97
3.6	参考文献	98
第 4 章	非微扰修正	100
4.1	$1/m_Q$ 展开	100
4.2	重参数化不变性	102
4.3	质量	103
4.4	$\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c e \bar{\nu}_e$ 衰变	105
4.5	$\bar{B} \rightarrow D^{(*)} e \bar{\nu}_e$ 衰变和 Luke 定理	110
4.6	重整子 (renormalons)	113
4.7	$v \cdot A = 0$ 规范	120
4.8	NRQCD (非相对论量子色动力学)	121
4.9	习题	124
4.10	参考文献	126
第 5 章	手征微扰论	129
5.1	重味介子	129
5.2	非相对论组分夸克模型中的 g_π	134
5.3	$\bar{B} \rightarrow \pi e \bar{\nu}_e$ 和 $D \rightarrow \pi e \bar{\nu}_e$ 衰变	136
5.4	D^* 的辐射衰变	139
5.5	对 $\bar{B} \rightarrow D^{(*)} e \bar{\nu}_e$ 形状因子的手征修正	144
5.6	习题	146
5.7	参考文献	147
第 6 章	单举弱衰变	149
6.1	单举半轻子衰变的运动学	149

6.2	算符乘积展开	154
6.2.1	最低阶	155
6.2.2	维度 5 算符	157
6.2.3	第二阶	159
6.3	微分衰变率	162
6.4	$1/m_b^2$ 修正的物理解释	164
6.5	电子的端点区域	166
6.6	来自单举衰变的 $ V_{cb} $	171
6.7	求和规则	172
6.8	单举非轻子衰变	175
6.9	$B_s - \bar{B}_s$ 混合	179
6.10	习题	183
6.11	参考文献	185

第 1 章 回 顾

强、弱和电磁相互作用的标准模型是描述夸克和轻子所有已知相互作用的相对论量子场论。本章对标准模型的特性进行了快速回顾，涉及重夸克系统以及诸如算符乘积展开等基本的场论技术。本章也介绍了一些归一化约定的定义和在本书其他部分要用的符号。

1.1 标准模型

标准模型是基于规范群 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ 的一种规范理论。 $SU(3)$ 规范群描述夸克间的色强相互作用， $SU(2) \times U(1)$ 规范群描述电弱相互作用。现在三代夸克和轻子已被观测到。测量到的 Z 玻色子的宽度不允许具有无质量（或小质量）的第四代中微子存在。许多最小标准模型的扩展被提出来，而且现在的数字中有中微子质量不为零的迹象，它要求存在超越最小标准模型的新物理。低能超对称、弱对称性的动力学破缺，还有一些完全预想不到的东西可能会被下一代高能粒子加速器发现。

本书的重点在于理解包括底（bottom）或粲（charm）夸克的强子相关的物理。技术上的困难在于理解强相互作用对这些强子性质所起的作用。例如，弱衰变可以用低能、有效的弱哈密顿量来计算。任何超越标准模型的新物理都能用局域低能、有效相互作用来处理，估算这个相互作用的强子矩阵元相关的理论困难实质上 and 弱相互作用的是一样的。因此，本书绝大部分的讨论将集中在在标准模型中计算重夸克强子的性质。

最小标准模型中的物质场是表 1.1 中所示的三代自旋为 $1/2$ 的夸克和轻子, 以及自旋为 0 的 Higgs 玻色子。费米子场的标号 $i(i=1,2,3)$ 是家族或代的标号, 下角标 L 和 R 分别表示左手场和右手场:

$$\psi_L = P_L \psi, \quad \psi_R = P_R \psi \quad (1.1)$$

其中, P_L 和 P_R 是投影算符:

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5), \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \quad (1.2)$$

表 1.1 标准模型中的物质场^①

场	$SU(3)$	$SU(2)$	$U(1)$	洛伦兹
$Q_L^i = \begin{pmatrix} u_L^i \\ d_L^i \end{pmatrix}$	3	2	$1/6$	$(1/2, 0)$
u_R^i	3	1	$2/3$	$(0, 1/2)$
d_R^i	3	1	$-1/3$	$(0, 1/2)$
$L_L^i = \begin{pmatrix} \nu_L^i \\ e_L^i \end{pmatrix}$	1	2	$-1/2$	$(1/2, 0)$
e_R^i	1	1	-1	$(0, 1/2)$
$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$	1	2	$1/2$	$(0, 0)$

① 标号 i 标记夸克和轻子的家族。 $SU(3)$ 和 $SU(2)$ 群表示对应的维数以及 $U(1)$ 群的电荷分别列于第 2, 3 和 4 列。费米子场在洛伦兹群 $SO(3, 1)$ 下的变换性质列于表中最后一列。

Q_L^i, u_R^i, d_R^i 是夸克场, L_L^i, e_R^i 是轻子场。除了 Higgs 玻色子, 所有与表 1.1 列出的场相关联的粒子都已被实验观测到了。(译者注: 在作者完成此书时, Higgs 玻色子还未被实验观测到, 但 2012 年, 这个上帝粒子终于在 CERN 的 LHC 上被找到了, CMS 和 ATLAS 合作组同时宣布观测到质量在 125—126 GeV 的 Higgs 粒子, 从而表 1.1 中列出的全部物质场粒子都已被实验确认, 标准模型的完全成功是一个新时代的开始。)电弱部分的 $SU(2) \times U(1)$ 对称性在低能时并不显示。在标准模型中, $SU(2) \times U(1)$ 对称性被 Higgs 二重态 H 的真真空期望值自发破缺。 $SU(2) \times U(1)$ 的自发破缺给了 $W^\pm$ 和 Z^0 规范玻色子的质量。存在单个 Higgs 二重态是取得观测到的自发破缺模式的最简单的方式, 但是比较复杂的诸如有两个二重态的标量部分也是可能存在的。

在标准模型的拉氏密度中只包含 Higgs 二重态

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

的项是

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) - V(H) \quad (1.4)$$

其中, D_μ 是协变微商, $V(H)$ 是 Higgs 势:

$$V(H) = \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H - v^2/2)^2 \quad (1.5)$$

当 $H^\dagger H = v^2/2$ 时, Higgs 势取最小值。 $SU(2) \times U(1)$ 对称性可以用来将一般的真空期待值旋转到标准形式

$$\langle H \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

其中, v 是实的和正的。

作用在 Higgs 的表示 (也就是基本表示) 上的 $SU(2)$ 规范对称性的生成元是

$$T^a = \sigma^a/2 \quad (a = 1, 2, 3) \quad (1.7)$$

其中泡利自旋矩阵为

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

并且这些生成元归一化到 $\text{Tr} T^a T^b = \delta^{ab}/2$ 。 $U(1)$ 的生成元 Y 被称为超核 (hypercharge), 作用在 Higgs 二重态上时, 它等于 $1/2$ (见表 1.1)。存在一个 $SU(2) \times U(1)$ 生成元的线性组合没有被式 (1.6) 给出的 Higgs 场 H 的真空期待值破缺。这个线性组合是电荷生成元 $Q = T^3 + Y$, 当作用在 Higgs 的表示上时, 它是

$$Q = T^3 + Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

由式 (1.6) 和式 (1.9), 很明显可以看出

$$Q \langle H \rangle = 0 \quad (1.10)$$

这样电荷就没有被破缺地保留下来了。标准模型的 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ 对称性通过 H 的真空期待值破缺到 $SU(3) \times U(1)_Q$, 其中未破缺的电磁 $U(1)_Q$ 是原来的 $U(1)$ 超核生成元 Y 和 $SU(2)$ 生成元的线性组合, 相应的关系在式 (1.9) 中已给出。

将 H 对它的期望值展开, 得到

$$H(x) = \begin{pmatrix} h^+(x) \\ v/\sqrt{2} + h^0(x) \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

再代入式 (1.5), 得到 Higgs 的势为

$$V(H) = \frac{\lambda}{4}(|h^+|^2 + |h^0|^2 + \sqrt{2}v\text{Re}h^0)^2 \quad (1.12)$$

这里, 场 h^+ 和 $\text{Im}h^0$ 是无质量的。这是 Goldstone 定理的一个例子。这个势具有连续的三参数简并真空家族, 它是通过整体的 $SU(2) \times U(1)$ 变换从式 (1.6) 的参考真空得到的。($SU(2) \times U(1)$ 的 4 个生成元中, 一个线性组合 Q 保持真空期待值不变, 于是不产生一个无质量的模式。) 沿着这些简并方向的场激发不消耗势能, 所以 h^+ 和 $\text{Im}h^0$ 都是无质量的。存在一个有质量的标量, 它由 (归一化的) 实标量场 $\sqrt{2}\text{Re}h^0$ 来湮灭。在树图阶, 它的质量为

$$m_{\text{Re}h^0} = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}v \quad (1.13)$$

整体 (global) $SU(2) \times U(1)$ 变换允许将 H 的时空无关的真空期待值写成式 (1.6) 的形式。局域 (local) $SU(2) \times U(1)$ 变换能用来完全将 $h^+(x)$ 和 $\text{Im}h^0(x)$ 从理论中消除, 并且写为

$$H(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} + \text{Re}h^0(x) \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

这是在幺正规范下的标准模型, 这时 $W^\pm$ 和 Z 波色子在拉氏量中有明确的质量项 (我们会在以后的内容中进行介绍)。在此规范中, 无质量的场 h^+ 和 $\text{Im}h^0$ 被消除, 所以不能与理论谱中的态相对应。

作用在任意场 ψ 上的规范协变微商是

$$D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu^A T^A + ig_2 W_\mu^a T^a + ig_1 B_\mu Y \quad (1.15)$$

其中, $T^A (A=1, \dots, 8)$ 是 8 个色 $SU(3)$ 生成元; $T^a (a=1, 2, 3)$ 是弱 $SU(2)$ 生成元; Y 是 $U(1)$ 超核生成元。这些生成元的表示是根据协变微商所作用的场 ψ 来选取的。与这些规范群相关的规范玻色子以及耦合常数分别用 A_μ^A, W_μ^a 和 B_μ 以及 g, g_2 和 g_1 表示。当在 Higgs 真空期待值附近用式 (1.1) 展开时, Higgs 场的动能项包含一个规范场的二次部分。产生规范玻色子质量的二次项是

$$\mathcal{L}_{\text{规范玻色子质量}} = \frac{g_2^2 v^2}{8} (W^1 W^1 + W^2 W^2) + \frac{v^2}{8} (g_2 W^3 - g_1 B)^2 \quad (1.16)$$

其中, 为了使标记简单化, 洛伦兹指标没有显示。带电的 W 玻色子场为

$$W^\pm = \frac{W^1 \mp iW^2}{\sqrt{2}} \quad (1.17)$$

具有质量

$$M_W = \frac{g_2 v}{2} \quad (1.18)$$

由定义

$$\sin \theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad \cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (1.19)$$

引入弱混合角 θ_W 是很方便的。 Z 玻色子场和光子场 $\mathcal{A}$ 被定义为中性玻色子场 W^3 和 B 的线性组合,

$$\begin{aligned} Z &= \cos \theta_W W^3 - \sin \theta_W B \\ \mathcal{A} &= \sin \theta_W W^3 + \cos \theta_W B \end{aligned} \quad (1.20)$$

Z 玻色子在树图阶有质量

$$M_Z = \frac{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}{2} v = \frac{M_W}{\cos \theta_W} \quad (1.21)$$

而光子是无质量的。

式 (1.15) 中的协变微商可以用这些质量本征态的场来重新展开, 写成

$$\begin{aligned} D_\mu &= \partial_\mu + ig A_\mu^A T^A + i \frac{g_2}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ T^+ + W_\mu^- T^-) \\ &\quad + i \sqrt{g_1^2 + g_2^2} (T_3 - \sin^2 \theta_W Q) Z_\mu + ig_2 \sin \theta_W Q \mathcal{A}_\mu \end{aligned} \quad (1.22)$$

其中, $T^\pm = T^1 \pm iT^2$ 。在式 (1.22) 中的光子耦合常数导致电荷 e 与耦合常数 $g_{1,2}$ 的关系为

$$e = g_2 \sin \theta_W = \frac{g_2 g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (1.23)$$

这样, 式 (1.22) 中的 Z 耦合常数 $\sqrt{g_1^2 + g_2^2}$ 可以很方便地写成 $e/(\sin \theta_W \cos \theta_W)$ 。

如果不用么正规范, H 动能项还具有场的二次部分, 在那里 Goldstone 玻色子 $h^+, \text{Im } h^0$ 与有质量的规范玻色子的纵向分量混和。这个混合部分可以通过将 t'Hooft 规范固定项加入到拉氏密度中去掉:

$$\mathcal{L}_{\text{规范固定}} = -\frac{1}{2\xi} \sum_a [\partial^\mu W_\mu^a + ig_2 \xi (\langle H \rangle^\dagger T^a H - H^\dagger T^a \langle H \rangle)]^2$$

$$-\frac{1}{2\xi}[\partial^\mu B_\mu + ig_1 \xi(\langle H \rangle^\dagger Y H - H^\dagger Y \langle H \rangle)]^2 \quad (1.24)$$

它给出在 R_ξ 规范下的拉氏量, 其中, ξ 是一个任意参数。场 $h^\pm$ 和 $\text{Im } h^0$ 具有正比于规范固定常数 ξ 的质量项。在费曼规范下 $\xi = 1$ (最容易做计算), 它们的质量和 $W^\pm$ 及 Z 的质量一样。 $\text{Im } h^0$ 和 $h^\pm$ 都不是物理的自由度, 这是因为在么正规范 $\xi \rightarrow \infty$ 时, 它们的质量趋于无穷, 从理论中退耦。

$SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ 规范不变性阻止轻子和夸克的裸质量项出现在拉氏密度中。夸克和轻子由于它们与 Higgs 二重态的耦合而获得质量,

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = g_\mu^{ij} \bar{u}_R^i H^T \epsilon Q_L^j - g_d^{ij} \bar{d}_R^i H^\dagger Q_L^j - g_e^{ij} \bar{e}_R^i H^\dagger L_L^j + \text{h.c.} \quad (1.25)$$

其中, h.c. 表示厄米共轭 (Hermitian conjugate) 项。在这里, 凡是重复的 i, j 都表示求和, 反对称矩阵 ϵ 是

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.26)$$

在式 (1.25) 中色指标和自旋指标都省略了。由于具有真空期待值, 式 (1.25) 给出 3×3 的夸克和轻子的质量矩阵

$$\mathcal{M}_u = v g_u / \sqrt{2}, \quad \mathcal{M}_d = v g_d / \sqrt{2}, \quad \mathcal{M}_e = v g_e / \sqrt{2} \quad (1.27)$$

中微子没有从式 (1.25) 的 Yukawa 相互作用中获得质量, 这是由于不存在右手的中微子场^①。

任何一个矩阵都能用两个么正变换从左和右分开作用在它上面而变成对角形式 $M \rightarrow L D R^\dagger$, 其中, L 和 R 是么正的, D 是实的、对角的并且是非负的。我们可以对左手的和右手的夸克和轻子分别做么正变换, 同时保证夸克的动能项 $\bar{Q}_L^i i \not{\partial} Q_L^i$, $\bar{u}_R^i i \not{\partial} u_R^i$ 和 $\bar{d}_R^i i \not{\partial} d_R^i$ 以及对轻子的那些动能项保持不变。这些么正变换是

$$\begin{aligned} u_L &= \mathcal{U}(u, L) u'_L, & u_R &= \mathcal{U}(u, R) u'_R \\ d_L &= \mathcal{U}(d, L) d'_L, & d_R &= \mathcal{U}(d, R) d'_R \\ e_L &= \mathcal{U}(e, L) e'_L, & e_R &= \mathcal{U}(e, R) e'_R \end{aligned} \quad (1.28)$$

这里, u, d 和 e 是对夸克和轻子的三分量的列矢量 (在味空间), 带撇的场表示相应的质量本征态。变换矩阵 $\mathcal{U}$ 是 3×3 么正矩阵, 它们被选择使那些质量矩阵

^① 译者注: 现在的中微子振荡实验指出中微子有质量, 也存在右手中微子, 但它的质量起源很可能与夸克和带电轻子不同。

对角化

$$\mathcal{U}(u, R)^\dagger \mathcal{M}_u \mathcal{U}(u, L) = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

$$\mathcal{U}(d, R)^\dagger \mathcal{M}_d \mathcal{U}(d, L) = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

$$\mathcal{U}(e, R)^\dagger \mathcal{M}_e \mathcal{U}(e, L) = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

在式 (1.29) 和式 (1.30) 中对角化夸克质量矩阵时对 $SU(2)$ 的同一个二重态的 u_L 和 d_L 要用不同的变换。原始的夸克二重态可以重写为

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{U}(u, L) u'_L \\ \mathcal{U}(d, L) d'_L \end{pmatrix} = \mathcal{U}(u, L) \begin{pmatrix} u'_L \\ V d'_L \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

其中, Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) 混合矩阵 V 是由

$$V = \mathcal{U}(u, L)^\dagger \mathcal{U}(d, L) \quad (1.33)$$

来定义的。将标准模型的拉氏量用带撇的质量本征态场来重新表述是很方便的。式 (1.32) 中的幺正矩阵使夸克的动能项保持不变。 Z 和 A 的耦合也不受影响, 因而在树图阶拉氏量中不存在味道改变的中性流。 W 的耦合不被 $\mathcal{U}(u, L)$ 改变, 但会被 V 改变:

$$\frac{g_2}{\sqrt{2}} W^+ \bar{u}_L \gamma^\mu d_L = \frac{g_2}{\sqrt{2}} W^+ \bar{u}'_L \gamma^\mu V d'_L \quad (1.34)$$

作为一个重要结果, 在树图阶存在味道改变的带电流。

CKM 矩阵的 V 是个 3×3 的幺正矩阵, 由 9 个实参数完全确定。它们中的一些可以通过重新定义夸克场的相因子而消掉。如果我们对 6 个夸克做独立的相位旋转, 对一个给定的味道的左手和右手夸克用同一个相位, 则 u 和 d 质量矩阵保持不变。当对所有夸克都进行一个相等的整体相位旋转时, CKM 矩阵不变, 这样 V 可以用 4 个参数写出来。 V 的原始 Kobayashi-Maskawa 参数化是

$$V = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

其中, $c_i \equiv \cos \theta_i, s_i \equiv \sin \theta_i, i = 1, 2, 3$ 。可以将角 θ_1, θ_2 和 θ_3 选在第一象限, 这样的话它们的正弦和余弦都是正的。通过实验知道, 那些角都很小。如果 $\delta = 0$, 则 CKM 矩阵是实的, 这样 $\delta \neq 0$ 就是弱相互作用中 CP 破坏的信号。CKM 矩阵描述了质量本征基 $d^{i'}$ 和弱相互作用本征基 d^i 之间的么正变换。我们对质量本征态场的标准写法是 $u'^1 = u, u'^2 = c, u'^3 = t$, 以及 $d'^1 = d, d'^2 = s, d'^3 = b$ 。

迄今为止, 我们只考虑了左手夸克与规范玻色子的耦合。对于右手夸克, 在标准模型中不存在与 W 玻色子的相互作用, 在带撇的质量本征态的基中, Z、光子和色规范玻色子的耦合都是味对角的。对轻子的分析和对夸克的分析相似, 只有一个明显的区别——由于中微子没有质量, 我们可以选择采用同样的么正变换作用在左手带电的轻子和中微子上^①。在轻子部分, CKM 矩阵的类比可以选成一个单位矩阵, 这样轻子可以同时既是质量又是弱本征态^②。我们采用记号 $\nu'^1 = \nu_e, \nu'^2 = \nu_\mu, \nu'^3 = \nu_\tau$ 和 $e'^1 = e, e'^2 = \mu, e'^3 = \tau$ 。从此往后, 我们将用质量本征基去标记夸克和轻子场。

1.2 圈

在标准模型中, 圈图在高动量 (紫外) 区的动量积分会发散。这些发散可以用重整化过程来处理: 该理论以某种方式被正规化, 那些发散的项当作正规子被拿掉时就会被吸收到耦合与质量的定义中。所有物理量 (如 S 矩阵元) 中的发散都可以用有限个抵消项移掉的理论称为可重整化的。在么正规范中 $\xi \rightarrow \infty$, 标准模型显然是么正的 (也就是, 只有物理自由度可以传播, 这是因为与 $h^\pm$ 和 $\text{Im } h^0$ 相关的“鬼”Higgs 具有无穷大质量)。矢量玻色子的传播子为

$$-i \frac{g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu / M_{W,Z}^2}{k^2 - M_{W,Z}^2} \quad (1.36)$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时它是有限的, 并且简单的幂次计数显示标准模型不是可重整的。在费曼规范中 $\xi \rightarrow 1$, 矢量玻色子的传播子为

$$-i \frac{g_{\mu\nu}}{k^2 - M_{W,Z}^2} \quad (1.37)$$

① 译者注: 同样, 现在实验指出中微子是有质量的, 因而上面的提法只是一个近似。

② 译者注: 由于中微子质量不是零, 对应 CKM 的轻子混合矩阵就不能是单位矩阵。事实上, 实验已确定这个轻子部分的混合矩阵为 PMNS 矩阵。

它在大动量区会以 $1/k^2$ 方式衰减, 这时简单的幂次计数显示标准模型是可重整的。那么在么正规范中的潜在的灾难性的发散必须被抵消。但是在费曼规范中么正性不是明显的, 这是因为费曼图的中间态包含了与 $h^\pm$ 和 $\text{Im } h^0$ 相关的非物理自由度。标准模型在一个规范中明显是么正的, 在另一个规范中明显是可重整的。规范不变性让我们确信这个理论应该既是么正的又是可重整的。

在本书中, 我们通过用维数正规化来使费曼图正规化。图都是在 $n = 4 - \epsilon$ 维中计算的, 于是当 $\epsilon \rightarrow 0$ 时在 4 维中的紫外发散表现为 $1/\epsilon$ 的因子。

要回顾维数正规化如何起作用, 让我们先考虑量子电动力学 (QED) 的拉氏量

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^{(0)}F^{(0)\mu\nu} + i\bar{\psi}^{(0)}\gamma^\mu(\partial_\mu - ie^{(0)}\mathcal{A}_\mu^{(0)})\psi^{(0)} - m_e^{(0)}\bar{\psi}^{(0)}\psi^{(0)} \quad (1.38)$$

它是标准模型拉氏量的一部分。上角标“(0)”用来表示裸量。这里

$$F_{\mu\nu}^{(0)} = \partial_\mu\mathcal{A}_\nu^{(0)} - \partial_\nu\mathcal{A}_\mu^{(0)} \quad (1.39)$$

是裸的电磁场强度张量。在 n 维中, 由于 $e^{iS_{\text{QED}}}$ 在费曼路径积分中是测度, 作用量

$$S_{\text{QED}} = \int d^n x \mathcal{L}_{\text{QED}} \quad (1.40)$$

是无量纲的 (我们采用自然单位制, $\hbar = c = 1$)。随之, 场、耦合常数 $e^{(0)}$ 和电子质量 $m_e^{(0)}$ 的量纲是

$$\begin{aligned} [\mathcal{A}^{(0)}] &= (n-2)/2 = 1 - \epsilon/2 \\ [\psi^{(0)}] &= (n-1)/2 = 3/2 - \epsilon/2 \\ [e^{(0)}] &= (4-n)/2 = \epsilon/2 \\ [m_e^{(0)}] &= 1 \end{aligned} \quad (1.41)$$

裸场和重整化场之间的关系为

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_\mu &= \frac{1}{\sqrt{Z_A}}\mathcal{A}_\mu^{(0)} \\ \psi &= \frac{1}{\sqrt{Z_\psi}}\psi^{(0)} \\ e &= \frac{1}{Z_e}\mu^{-\epsilon/2}e^{(0)} \\ m_e &= \frac{1}{Z_m}m_e^{(0)} \end{aligned} \quad (1.42)$$

因子 $\mu^{-\epsilon/2}$ 包含在裸的和重整的电磁耦合间的关系中, 这样重整化的耦合是无量纲的。这里, μ 是具有质量量纲的参数, 它被称为减除点或维数正规化的重整化标度。利用这些重整化后的量, 拉氏密度是

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{QED}} &= -\frac{1}{4}Z_A F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + iZ_\psi \bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu - i\mu^{\epsilon/2} Z_e \sqrt{Z_A} e \mathcal{A}_\mu) \psi \\ &\quad - Z_m Z_\psi m_e \bar{\psi} \psi \\ &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + i\bar{\psi} \gamma^\mu (\partial_\mu - i\mu^{\epsilon/2} e \mathcal{A}_\mu) \psi - m_e \bar{\psi} \psi + \text{抵消项}\end{aligned}\quad (1.43)$$

利用在维数正规化的单圈积分中的那些公式, 则有

$$\begin{aligned}\int \frac{d^n q}{(2\pi)^n} \frac{(q^2)^\alpha}{(q^2 - M^2)^\beta} \\ = \frac{i}{2^n \pi^{n/2}} (-1)^{\alpha+\beta} (M^2)^{\alpha-\beta+n/2} \frac{\Gamma(\alpha+n/2)\Gamma(\beta-\alpha-n/2)}{\Gamma(n/2)\Gamma(\beta)}\end{aligned}\quad (1.44)$$

以及组合分母的费曼技巧

$$\begin{aligned}\frac{1}{a_1^{m_1} \cdots a_n^{m_n}} &= \frac{\Gamma(M)}{\Gamma(m_1) \cdots \Gamma(m_n)} \\ &\quad \times \int_0^1 dx_1 x_1^{m_1-1} \cdots \int_0^1 dx_n x_n^{m_n-1} \frac{\delta(1 - \sum_{i=1}^n x_i)}{(x_1 a_1 + \cdots + x_n a_n)^M}\end{aligned}\quad (1.45)$$

其中

$$M = \sum_{i=1}^n m_i$$

计算重整化常数 $Z_{A,\psi,e,m}$ 就很直接了。这些 Z 是由这样的条件所决定的: 用重整化的耦合和质量来表示时, 重整化场 (也就是格林函数) 的编时乘积是有限的。这个条件对如何选择仍然留下可观的自由度。选择 Z 的精确方式称为减除方案。可以将其选成如下的形式:

$$Z = 1 + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{Z_p(e)}{\epsilon^p} \quad (1.46)$$

其中, $Z_p(e)$ 是与 ϵ 无关的。这个选择被称为最小减除 (MS), 因为仅仅 ϵ 的极点被减除掉, 没有附加的有限部分放到那些 Z 里面去。我们将用 $\overline{\text{MS}}$ 方案, 它是最小减除, 伴随重标度 $\mu^2 \rightarrow \mu^2 e^\gamma / (4\pi)$, 其中 $\gamma = 0.577 \cdots$ 是 Euler 常数。

到 e^2 阶光子波函数重整化 Z_A 可以通过计算光子-光子关联函数来确定。在这一阶, 存在两部分: 第一部分是来自抵消项的树图贡献

$$-\frac{1}{4}(Z_A - 1)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (1.47)$$