

幂函数

叶卢庆

富阳市新登中学 高一 13 班

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $()$,

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$.

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.
- 若立方体的边长为 x , 则其体积 V 和棱长 x 的函数关系为 $(),$

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.
- 若立方体的边长为 x , 则其体积 V 和棱长 x 的函数关系为 $(), V = x^3$.

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.
- 若立方体的边长为 x , 则其体积 V 和棱长 x 的函数关系为 $(), V = x^3$. 棱长 x 和体积 V 的函数关系为 $x = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$.

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.
- 若立方体的边长为 x , 则其体积 V 和棱长 x 的函数关系为 $(), V = x^3$. 棱长 x 和体积 V 的函数关系为 $x = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$.
- 若立方体的任意一个面的面积为 S , 则立方体体积 V 和 S 的函数关系为 $()$.

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.
- 若立方体的边长为 x , 则其体积 V 和棱长 x 的函数关系为 $(), V = x^3$. 棱长 x 和体积 V 的函数关系为 $x = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$.
- 若立方体的任意一个面的面积为 S , 则立方体体积 V 和 S 的函数关系为 $(). V = (\sqrt{S})^3 = S^{\frac{3}{2}}$.

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.
- 若立方体的边长为 x , 则其体积 V 和棱长 x 的函数关系为 $(), V = x^3$. 棱长 x 和体积 V 的函数关系为 $x = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$.
- 若立方体的任意一个面的面积为 S , 则立方体体积 V 和 S 的函数关系为 $(). V = (\sqrt{S})^3 = S^{\frac{3}{2}}$. 面积 S 和体积 V 的函数关系为 $()$.

引入

- 若正方形的边长为 x , 则其面积 S 和边长 x 的函数关系为 $(), S = x^2$. 边长 x 和面积 S 的函数关系为 $x = \sqrt{S} = S^{\frac{1}{2}}$.
- 若立方体的边长为 x , 则其体积 V 和棱长 x 的函数关系为 $(), V = x^3$. 棱长 x 和体积 V 的函数关系为 $x = \sqrt[3]{V} = V^{\frac{1}{3}}$.
- 若立方体的任意一个面的面积为 S , 则立方体体积 V 和 S 的函数关系为 $(). V = (\sqrt{S})^3 = S^{\frac{3}{2}}$. 面积 S 和体积 V 的函数关系为 $(). S = V^{\frac{2}{3}}$.

什么是幂函数

例

- $f(x) = x = x^1$.
- $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}, x \neq 0$.
- $f(x) = x^2$.

什么是幂函数

例

- $f(x) = x = x^1$.
- $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}, x \neq 0$.
- $f(x) = x^2$.
- $f(x) = x^3$.
- $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, x \geq 0$.
- $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$.
- $f(x) = x^{\frac{3}{2}}, x \geq 0$.
- $f(x) = x^{\pi}, x \geq 0$.

什么是幂函数

例

- $f(x) = x = x^1$.
- $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}, x \neq 0$.
- $f(x) = x^2$.
- $f(x) = x^3$.
- $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}, x \geq 0$.
- $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$.
- $f(x) = x^{\frac{3}{2}}, x \geq 0$.
- $f(x) = x^{\pi}, x \geq 0$.

定义

函数 $f(x) = x^a$ 叫幂函数, 其中指数 a 是常数, 底数 x 是自变量, 且 x 的定义域是使得 x^a 有意义的所有实数形成的集合.

幂函数 VS 指数函数

问题

幂函数 $f(x) = x^a$ 和指数函数 $g(x) = a^x$ 有什么区别？

幂函数 VS 指数函数

问题

幂函数 $f(x) = x^a$ 和指数函数 $g(x) = a^x$ 有什么区别？

答.

幂函数的底数是自变量，指数是常量.
指数函数的底数是常量，指数是自变量.



幂函数 VS 指数函数

问题

幂函数 $f(x) = x^a$ 和指数函数 $g(x) = a^x$ 有什么区别？

答.

幂函数的底数是自变量, 指数是常量.
指数函数的底数是常量, 指数是自变量.



下面哪个是幂函数, 哪个是指数函数？

- $f(x) = 2^x, g(x) = x^2$.

幂函数 VS 指数函数

问题

幂函数 $f(x) = x^a$ 和指数函数 $g(x) = a^x$ 有什么区别？

答.

幂函数的底数是自变量, 指数是常量.
指数函数的底数是常量, 指数是自变量.



下面哪个是幂函数, 哪个是指数函数？

- $f(x) = 2^x, g(x) = x^2$.
- $f(x) = x^{0.6}, g(x) = 0.6^x$.

$f(x) = x^3$ 的图像

例

画出 $f(x) = x^3$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图像.

$f(x) = x^3$ 的图像

例

画出 $f(x) = x^3$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图像.

解.

我们使用作图软件, 先描点, 再画图.



$f(x) = x^3$ 的图像

问题

你能根据三次函数 $f(x) = x^3, x \in \mathbf{R}$ 的奇偶性, 画出 $f(x)$ 在整个 $\mathbf{R}$ 上的图像吗?

$f(x) = x^3$ 的图像

问题

你能根据三次函数 $f(x) = x^3, x \in \mathbf{R}$ 的奇偶性, 画出 $f(x)$ 在整个 $\mathbf{R}$ 上的图像吗?

问题

从 $f(x) = x^3$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图像来看, $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上应该是递增的还是递减的?

根据 $f(x) = x^3$ 的图像比较大小

问题

请比较 0.5^3 和 0.6^3 的大小.

根据 $f(x) = x^3$ 的图像比较大小

问题

请比较 0.5^3 和 0.6^3 的大小.

问题

除了使用图像之外, 你能使用代数方法证明 $0.5^3 < 0.6^3$ 吗?

根据 $f(x) = x^3$ 的图像比较大小

问题

请比较 0.5^3 和 0.6^3 的大小.

问题

除了使用图像之外, 你能使用代数方法证明 $0.5^3 < 0.6^3$ 吗?

解.

由于 0.5^3 和 0.6^3 都大于 0, 因此将 0.5^3 和 0.6^3 除一下, 然后和 1 比较大小. 具体看黑板. □

根据 $f(x) = x^3$ 的图像比较大小

问题

请比较 0.5^3 和 0.6^3 的大小.

问题

除了使用图像之外, 你能使用代数方法证明 $0.5^3 < 0.6^3$ 吗?

解.

由于 0.5^3 和 0.6^3 都大于 0, 因此将 0.5^3 和 0.6^3 除一下, 然后和 1 比较大小. 具体看黑板. □

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 的图像

问题

画出函数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图像.

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 的图像

问题

画出函数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图像.

解.

让我们使用作图软件, 先描点, 再画图.



$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 的图像

问题

画出函数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图像.

解.

让我们使用作图软件, 先描点, 再画图. □

问题

请根据 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, x \in \mathbf{R}$ 的奇偶性, 进一步画出 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图像.

$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 的图像

问题

画出函数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在 $[0, +\infty)$ 上的图像.

解.

让我们使用作图软件, 先描点, 再画图. □

问题

请根据 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, x \in \mathbf{R}$ 的奇偶性, 进一步画出 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图像.

问题

从 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图像来看, $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上应该是递增的还是递减的?

根据 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 的图像比大小

问题

比较 $0.3^{\frac{1}{3}}$ 和 $0.4^{\frac{1}{3}}$ 的大小.

根据 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 的图像比大小

问题

比较 $0.3^{\frac{1}{3}}$ 和 $0.4^{\frac{1}{3}}$ 的大小.除了使用图像来判断外,你能用代数方法证明吗?

$f(x) = x^3$ 和 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 图像的关系

问题

观察 $f(x) = x^3, x \in \mathbf{R}$ 和 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, x \in \mathbf{R}$ 的图像, 你能发现什么规律吗?

$f(x) = x^3$ 和 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 图像的关系

问题

观察 $f(x) = x^3, x \in \mathbf{R}$ 和 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}, x \in \mathbf{R}$ 的图像, 你能发现什么规律吗? 让我们来形象地解释一下为什么这两个函数的图像关于直线 $y = x$ 轴对称.

小结

当 $a = 3, \frac{1}{3}$ 时, $f(x) = x^a$ 在 $(0, +\infty)$ 上 (单调递增). 同样, 当 $a > 0$ 时, $f(x) = x^a$ 在 $(0, +\infty)$ 上 (单调递增).

$f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 的图像

问题

首先, 让我们通过作图软件画出 $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 的图像.

$f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 的图像

问题

首先, 让我们通过作图软件画出 $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 的图像.

问题

你能判断函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性吗? 为什么?

$f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 的图像

问题

首先, 让我们通过作图软件画出 $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 的图像.

问题

你能判断函数 $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$ 和 $g(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性吗? 为什么?

问题

判断 $f(x) = x^{-2}$ 和 $g(x) = x^{-1}$ 在定义域上的奇偶性.

根据 $f(x) = x^{-1}$ 和 $g(x) = x^{-2}$ 的图像判断大小

问题

比较 0.3^{-1} 和 0.3^{-2} 的大小.

根据 $f(x) = x^{-1}$ 和 $g(x) = x^{-2}$ 的图像判断大小

问题

比较 0.3^{-1} 和 0.3^{-2} 的大小.

问题

比较 4.5^{-1} 和 4.5^{-2} 的大小.

总结

- 当 α 是偶数或者偶数的相反数时, $f(x) = x^\alpha$ 在定义域上是 (偶) 函数.

总结

- 当 α 是偶数或者偶数的相反数时, $f(x) = x^\alpha$ 在定义域上是 (偶) 函数.
- 当 α 是奇数或者奇数的相反数时, $f(x) = x^\alpha$ 在定义域上是 (奇) 函数.

总结

- 当 a 是偶数或者偶数的相反数时, $f(x) = x^a$ 在定义域上是 (偶) 函数.
- 当 a 是奇数或者奇数的相反数时, $f(x) = x^a$ 在定义域上是 (奇) 函数.
- 当 $a > b$, 且 $x > 1$ 时, $x^a > x^b$.
- 当 $a > b$, 且 $x < 1$ 时, $x^a < x^b$.

综合题

题目

比较 $2^{\frac{1}{2}}$ 和 $1.8^{\frac{1}{3}}$ 的大小.

综合题

题目

比较 $2^{\frac{1}{2}}$ 和 $1.8^{\frac{1}{3}}$ 的大小.

解.

$$2^{\frac{1}{2}} > 2^{\frac{1}{3}} > 1.8^{\frac{1}{3}}.$$

