

高校核心课程学习指导丛书

中国科学技术大学交叉学科基础物理教程配套辅导书

热 学

习题分析与解答

朱晓东 编著



中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书是中国科学技术大学交叉学科基础物理教程《热学》(朱晓东编著)的配套教学参考书。《热学》教程中约有 260 道题目,大多选自国内外一流大学的热学教科书、研究生入学考试试题等。本书对《热学》教程中的绝大部分习题给出了解题参考,可供使用《热学》教程的老师 and 同学作为参考书,也适合使用普通物理类教材的老师 and 同学参考,对于准备研究生入学考试的学生也有一定的指导作用。

图书在版编目(CIP)数据

热学习题分析与解答/朱晓东编著. —合肥:中国科学技术大学出版社,2016. 5
(高校核心课程学习指导丛书)
ISBN 978-7-312-03765-8

I. 热… II. 朱… III. 热学—高等学校—题解 IV. O551-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 277154 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,230026
<http://press.ustc.edu.cn>
印刷 安徽省瑞隆印务有限公司
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 710 mm×960 mm 1/16
印张 11.5
字数 200 千
版次 2016 年 5 月第 1 版
印次 2016 年 5 月第 1 次印刷
定价 28.00 元

前 言

本书是中国科学技术大学交叉学科基础物理教程《热学》(朱晓东编著)的一个补充,编者希望通过这样一本习题集,给学生解答《热学》教程上的习题提供一个参考。在学习了热学基础知识后,学生通过习题的解答,会加深对所学理论的理解,更好地消化教材内容。

习题的难易程度不一致,有些题很简单,有少数题要动点脑筋。题目难度大致可分为三级,题号前没有标记的为一般,标“*”的为中等,标“**”的为稍难。习题的来源是多方面的,约有 260 道题目,大多选自国内外一流大学的热学教科书、研究生入学考试试题等。本书对《热学》教程中的绝大部分习题给出了解题参考,可以供使用《热学》教程的老师 and 同学作为参考书,也适合使用普通物理类教材的老师 and 同学参考,对于准备研究生入学考试的学生也有一定的指导作用。

中国科学技术大学物理学院的博士生王兆亮、张一川和李唤同学做了初步题解,编者对全部习题进行了统稿;中国科学技术大学出版社为本书的出版做了大量的工作;欢迎大家在使用过程中指出书中的错误,或给出更简洁、更巧妙的解法,在此一并表示衷心的感谢。

目 录

前言	(i)
第 1 章 温度	(1)
第 2 章 热运动统计规律	(25)
第 3 章 热与热传递	(56)
第 4 章 热力学第一定律	(86)
第 5 章 热力学第二定律	(130)
第 6 章 相变与潜热	(163)
第 7 章 非常规温度	(173)

第 1 章 温 度

1-1 在什么温度下,下列一对温标给出相同的读数:

- (1) 华氏温标和摄氏温标;
- (2) 华氏温标和热力学温标;
- (3) 摄氏温标和热力学温标。

解 (1) 令 $t_F = 32 + \frac{9}{5}t = t$, 解得 $t = -40\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

(2) 令 $t_F = 32 + \frac{9}{5}t = 32 + \frac{9}{5}(T - 273.15) = T$, 解得 $T = 574.59\text{ K}$ 。

(3) 令 $t = T - 273.15 = T$, 不存在这样的 T 值, 故摄氏温标和热力学温标不可能给出相同的读数。

1-2 一个气体温度计与处于三相点的水接触时显示为 325 mmHg^* , 当它与正常沸水接触时指示为多少 mmHg ? ($1\text{ mmHg} = 1.333\,22 \times 10^2\text{ Pa}$)

解 气体温度计显示的压强与温度的关系为

$$T = 273.16 \times \frac{p}{p_{\text{tr}}}$$

当 $T = 273.16\text{ K}$ 时, $p_{\text{tr}} = 325\text{ mmHg}$, 则当 $T = 373.15\text{ K}$ 时

$$p = 325 \times \frac{373.15}{273.16} \text{ mmHg} = 444\text{ mmHg}$$

*** 1-3** 道尔顿提出一种温标: 规定理想气体体积的相对增量正比于温度的增量, 在标准大气压下, 规定水的冰点温度为零度, 沸水温度为 100 度。试用摄氏度 t 来表示道尔顿温标的温度 τ 。

解 设 τ 为道尔顿温标确定的温度, 理想气体的压强一定时, 温度增量为 $d\tau$,

* 因《热学》教程原题中使用了此非法定计量单位 mmHg , 为保持一致, 本书部分题目中用 mmHg 作为压强单位。

相应的体积相对增量为 dV/V , 则有

$$\frac{dV}{V} = \alpha d\tau$$

式中 α 为比例系数, 积分得

$$\ln V = \alpha \tau + C$$

其中 C 为常数。设在冰点时理想气体体积为 V_c , 沸点时体积为 V_h , 则得

$$\ln V_c = C, \quad \ln V_h = 100\alpha + C$$

解得

$$\alpha = \frac{1}{100} \ln \frac{V_h}{V_c}$$

$$\tau = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{V}{V_c}$$

当压强一定时, 理想气体体积与摄氏温度的关系为

$$\frac{V}{V_c} = \frac{t + 273.15}{0 + 273.15} = \frac{t + 273.15}{273.15}$$

$$\frac{V_h}{V_c} = \frac{100 + 273.15}{0 + 273.15} = \frac{373.15}{273.15}$$

将二式代入 $\tau = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{V}{V_c}$, 故有

$$\tau = \frac{100 \ln \frac{t + 273.15}{273.15}}{\ln \frac{373.15}{273.15}}$$

1-4 一个定容气体温度计在水的三相点温度(0.01°C)时压强为 $4.8 \times 10^4 \text{ Pa}$, 在正常沸水温度(100°C)时压强为 $6.50 \times 10^4 \text{ Pa}$ 。

(1) 假设压强随温度线性变化, 用已知数据找出摄氏温度的气体压强为 0 的点。

(2) 在此温度计中的气体精确满足方程(T 采用热力学温标) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$ 吗? 如果精确满足方程, 而且在 100°C 时压强为 $6.5 \times 10^4 \text{ Pa}$, 那么在 0.01°C 时测得的压强应该是多少?

解 (1) 由于压强随温度线性变化, 故压强与温度的函数关系为

$$\frac{p - 4.8 \times 10^4}{T - 0.01} = \frac{6.50 \times 10^4 - 4.8 \times 10^4}{100 - 0.01}$$



在上式中令 $p = 0$, 解得

$$T = -282.315\text{ }^{\circ}\text{C}$$

(2) 由(1)知, 此温度计中的气体并不精确满足方程 $\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$ 。如果精确满足方程, 而且在 $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时压强为 $6.50 \times 10^4\text{ Pa}$, 那么在 $0.01\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时测得的压强应该是

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 = \frac{273.16}{373.15} \times 6.50 \times 10^4\text{ Pa} = 4.76 \times 10^4\text{ Pa}$$

1-5 如果一种理想气体用于定容气体温度计, $\frac{T_s}{T_{\text{tr}}} = \frac{p_s}{p_{\text{tr}}} = 1.366\ 05$, 而一般来说, $\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1}{p_2}$ 。右下角的小字母 s 表示沸点, tr 表示三相点, 而 1 和 2 表示任意两个温度。让我们定义一个新的绝对温标——“牛顿”温标, 该温标中 $t_s - t_{\text{tr}} = 23$, 试求出 t_s 和 t_{tr} 。

解 由已知条件得

$$\frac{t_s}{t_{\text{tr}}} = 1.366\ 05, \quad t_s - t_{\text{tr}} = 23$$

则

$$t_s = 85.83, \quad t_{\text{tr}} = 62.83$$

1-6 水银温度计浸在冰水中时, 水银柱的长度为 4.0 cm ; 温度计浸在沸水中时, 水银柱的长度为 24.0 cm 。

(1) 在室温 $22.0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时, 水银柱的长度为多少?

(2) 温度计浸在某种沸腾的化学溶液中时, 水银柱的长度为 25.4 cm , 试求溶液的温度。

解 (1) 当 $t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时 $l_{\text{冰点}} = 4.0\text{ cm}$, 当 $t = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时 $l_{\text{沸点}} = 24.0\text{ cm}$, 则由教材中式(1.3.6)可知水银温度计温度随水银柱长度的变化关系为

$$t = 100 \frac{l - l_{\text{冰点}}}{l_{\text{沸点}} - l_{\text{冰点}}} = 100 \times \frac{l - 4}{24 - 4} = 5(l - 4)$$

故当 $t = 22\text{ }^{\circ}\text{C}$ 时, $l = 8.4\text{ cm}$ 。

(2) 令 $l = 25.4\text{ cm}$, 可得 $t = 107\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。

* **1-7** 一个热偶的电动势, 以下列方程式来描述:

$$\epsilon = a + b(t - t_0) + c(t - t_0)^2$$

式中 a, b, c 为以参考热偶定出的常数; t 为摄氏温度; t_0 表示冰点 0°C 或 273.15 K ; ϵ 为电动势。

(1) 用 a, b, c 来定义一个以 ϵ 来测量的百分温标(即冰点和沸点之间平均分为 100 度的温标)。

(2) 试把 ϵ 改以 a, b, c, T (T 为开氏温度)来表示。在绝对零度时, ϵ 的值是什么?

(3) 如果我们定义一个温标 θ , 符合 $\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$, 而 $\theta_0 = 200$ 表示冰点时的温度。那么当 $t = -100^\circ\text{C}$, θ 值是多少?

解 (1) 在摄氏温度下, $\epsilon = a + bt + ct^2$, 由于冰点和沸点相差 100°C , 要使得此温标也在冰沸点间也均分为 100 度, 则

$$d\epsilon = dt,$$

解得 $b = 1, c = 0, a$ 为任意数, 则

$$\epsilon = a + t$$

(2) 由于

$$\epsilon = a + b(T - 273.15) + c(T - 273.15)^2$$

在绝对零度时

$$\epsilon = a - 273.15b + 273.15^2c$$

(3) $t = 0^\circ\text{C}$ 时, 得 $\epsilon_i = a$, 有

$$\epsilon = \frac{a}{200}\theta = a + bt + ct^2$$

故当 $t = -100^\circ\text{C}$ 时, 有

$$\theta = 200 - \frac{20\,000b}{a} + \frac{2\,000\,000c}{a}$$

1-8 水的密度在 4°C 时达到极大值。试问如果用水的密度作为测温属性, 会发生什么问题?

解 由于水密度在 4°C 出现极大值, 使得在 4°C 前后出现相同的密度值, 即测温属性不是随温度呈现单调变化, 在同一状态对应两个不同的温度值, 这显然不合适。



1-9 用定容气体温度计测量系统的温度。当测温泡内气体的质量变化时测得的 p/p_{tr} 值如下表所示, p_{tr} 是定容气体温度计在三相点时的压强值, 试根据表中数据求出未知温度值。(1 mbar = 10^2 Pa)

$p_{\text{tr}}(\text{mbar}^*)$	1 200	1 000	800	600	400	200
p/p_{tr}	1.79	1.71	1.64	1.58	1.53	1.49

解 根据实验数据, 可发现 $\Delta(p/p_{\text{tr}})$ 变化规律如下:

$p_{\text{tr}}(\text{mbar})$	1 200	1 000	800	600	400	200
p/p_{tr}	1.79	1.71	1.64	1.58	1.53	1.49
$\Delta(p/p_{\text{tr}})$		0.08	0.07	0.06	0.05	0.04

可推得 $p_{\text{tr}} = 0$ 时, $\Delta(p/p_{\text{tr}}) = 0.03$, $p/p_{\text{tr}} = 1.46$, 此时测得的温度接近于真实值

$$T = T_{\text{tr}} \lim_{p_{\text{tr}} \rightarrow 0} \frac{p}{p_{\text{tr}}} = 273.16 \times 1.46 \text{ K} = 398.81 \text{ K}$$

1-10 将某液体从 0°C 加温到 100°C , 压强增加 2 atm^{**} , 体积不变, 若该液体的等温压缩系数是 $4.5 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1}$, 求等压体膨胀系数。假设压缩系数和体膨胀系数都是常数。(1 atm = $1.013 25 \times 10^5$ Pa)

解 由

$$\mathrm{d}V = \alpha V \mathrm{d}T - \beta V \mathrm{d}p$$

令 $\mathrm{d}V = 0$, 得

$$\alpha = \beta \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = 4.5 \times 10^{-5} \times \frac{2}{100} \text{ K}^{-1} = 9 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$$

*** 1-11** 简单固体和液体的等压体胀系数 α 和等温压缩系数 β 数值都很小, 在一定温度范围内可以把 α 和 β 看作常量. 试证明简单固体和液体的物态方程可近似为

* 因《热学》教程原题中使用了此非法计量单位 mbar, 为保持一致, 本书部分题目中采用 mbar 作为压强单位。

** 因《热学》教程原题中使用了此非法计量单位 atm, 为保持一致, 本书部分题目中采用 atm 作为压强单位。

$$V(T, p) = V_0(T_0, p_0)[1 + \alpha(T - T_0) - \beta(p - p_0)]$$

证明 以 T, p 为状态参量, 物质的状态方程为

$$V = V(T, p)$$

对两边微分得

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp$$

两边同时除以 V , 并根据等压体胀系数 α 和等温压缩系数 β 的定义有

$$\frac{dV}{V} = \alpha dT - \beta dp$$

将初态选为 (T_0, p_0) , 末态记为 (T, p) , 两边积分

$$\begin{aligned} \int_{V_0(T_0, p_0)}^{V(T, p)} \frac{dV}{V} &= \int_{T_0}^T \alpha dT - \int_{p_0}^p \beta dp \\ \Rightarrow \ln \frac{V(T, p)}{V_0(T_0, p_0)} &= \alpha(T - T_0) - \beta(p - p_0) \\ \Rightarrow V(T, p) &= V_0(T_0, p_0)e^{\alpha(T - T_0) - \beta(p - p_0)} \end{aligned}$$

考虑到 α 和 β 的数值都很小, 将指数函数展开, 保留到 α 和 β 的一次项, 有

$$V(T, p) = V_0(T_0, p_0)[1 + \alpha(T - T_0) - \beta(p - p_0)]$$

1-12 对于任何一种具有两个独立参量 T, p 的物质:

(1) 试证明其物态方程为 $\ln V = \int \alpha dT - \beta dp$, 其中等压体膨胀系数 α 和等温压缩系数 β 由实验测得。

(2) 如果某一气体的等压体膨胀系数和等温压缩系数分别为 $\alpha = \frac{nR}{pV}, \beta = \frac{1}{p} + \frac{a}{V}$, 其中 n, R 和 a 都是常数。试求此气体的物态方程。

解 (1) 以 T, p 为状态参量, 物质的状态方程为

$$V = V(T, p)$$

两边微分得

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp$$

两边同时除以 V , 并根据等压体膨胀系数 α 和等温压缩系数 β 的定义有

$$\frac{dV}{V} = \alpha dT - \beta dp$$



上式是以 T, p 为自变量的积分,沿一任意的积分路线积分,有

$$\ln V = \int \alpha dT - \beta dp$$

(2) 由(1)知

$$\frac{dV}{V} = \alpha dT - \beta dp = \frac{nR}{pV} dT - \left(\frac{1}{p} + \frac{a}{V} \right) dp$$

两边同乘以 pV , 整理得

$$p dV + V dp = nR dT - a p dp$$

即

$$d(pV) = d\left(nRT - \frac{1}{2}ap^2\right)$$

积分得

$$pV = nRT - \frac{1}{2}ap^2 + C$$

上式即该气体的物态方程。其中常数 C 可由实验确定。

1-13 要使一根钢棒在任何温度下都要比另一根铜棒长 5 cm, 试问它们在 0°C 时的长度 l_{01} 和 l_{02} 分别是多少? 已知钢棒及铜棒的线膨胀系数分别为 $\alpha_1 = 1.2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$, $\alpha_2 = 1.6 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ 。

解 由教材中式(1.5.9), 有

$$l_1 = l_{01}(1 + \alpha_1 \Delta T), \quad l_2 = l_{02}(1 + \alpha_2 \Delta T)$$

两式相减得

$$l_1 - l_2 = l_{01} - l_{02} + (l_{01}\alpha_1 - l_{02}\alpha_2)\Delta T$$

在任何温度下两棒长度差均为 5 cm, 则要求

$$l_{01}\alpha_1 - l_{02}\alpha_2 = 0$$

而又有

$$l_1 - l_2 = l_{01} - l_{02} = 5 \text{ cm}$$

二式联立, 解得

$$l_{01} = 20 \text{ cm}, \quad l_{02} = 15 \text{ cm}$$

*** 1-14** 一个 0.450 m 长的钢棒和一个 0.250 m 长的铝棒首尾相连, 被放置在不可伸长的刚性支柱中间, 它们有相同的直径, 开始时两棒间没有压力。两棒的温度升高 60°C 时, 它们之间的压力变为多少? (提示: 两棒的总长度不变, 但是每个

棒的伸长量不同。)

解 两棒所受的压力相等,假设钢棒实际伸长量为 ΔL ,由于两棒总长度不变,则铝棒伸长量为 $-\Delta L$ 。用 L_S 和 L_{Al} 分别代表钢棒和铝棒的初始长度。

两棒的温度升高 60°C 时,它们在不外界约束时的伸长量分别为

$$\Delta L_S = \alpha_S L_S \Delta T, \quad \Delta L_{Al} = \alpha_{Al} L_{Al} \Delta T$$

其中 α_S, α_{Al} 分别为钢和铝的线膨胀系数。由于两棒的总长度不变,钢棒受压缩的量为 $\Delta L_S - \Delta L$,铝棒受压缩的量为 $\Delta L_{Al} + \Delta L$ 。它们所受的作用力大小为

$$F_S = F_{Al} = Y_S A \frac{\Delta L_S - \Delta L}{L_S} = Y_{Al} A \frac{\Delta L_{Al} + \Delta L}{L_{Al}}$$

式中, A 为棒的截面积; Y_S, Y_{Al} 分别为它们的杨氏模量,解得

$$\Delta L = \frac{Y_S L_{Al} \Delta L_S - Y_{Al} L_S \Delta L_{Al}}{Y_S L_{Al} + Y_{Al} L_S} = \frac{Y_S \alpha_S - Y_{Al} \alpha_{Al}}{Y_S L_{Al} + Y_{Al} L_S} L_S L_{Al} \Delta T$$

由教材表 1.2 和 1.3 查得

$$\alpha_S = 12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \alpha_{Al} = 25 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1},$$

$$Y_S = 20.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 = 20.0 \times 10^{10} \text{ Pa},$$

$$Y_{Al} = 7.0 \times 10^{10} \text{ N/m}^2 = 7.0 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

求得

$$\Delta L = 5.38 \times 10^{-5} \text{ m}$$

两棒单位面积所受的压应力为:

$$\frac{F_S}{A} = \frac{F_{Al}}{A} = Y_S \frac{\Delta L_S - \Delta L}{L_S} = 1.2 \times 10^8 \text{ Pa}$$

* **1-15** 摆钟的钟摆摆动一个周期记为一秒(每个周期滴答响两次)。

- (1) 摆钟会在高温环境变快,低温环境变慢吗? 还是相反变化? 给出理由。
- (2) 某摆钟在 20°C 时显示为标准时间。摆轴是用钢制的,质量相对摆锤可以忽略。当温度降至 10°C 时,摆轴的长度相对原长改变多少?
- (3) 在 10°C 时,此摆钟在一天之内会变快或变慢多少?
- (4) 如果要求每天的时间变化不能超过 1 s,那摆钟的温度应控制在多少温度范围以内?

解 (1) 此摆钟在高温环境下变慢,低温环境下变快。因为摆钟的运行周期与摆轴的长度有关,而摆轴会随着温度热胀冷缩。温度越高,摆轴越长,周期越大,摆钟就会变慢;反之,温度越低,摆轴越短,周期越小,摆钟就会变快。



(2) 温度降至 10°C 时,摆轴相对改变为

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta t = 1.2 \times 10^{-5} \times 10 = 1.2 \times 10^{-4}$$

即摆轴会缩短,缩短量为原长的 1.2×10^{-4} 倍。

(3) 摆钟的周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

对上式微分,得

$$\Delta T = \frac{\Delta l}{2l}T$$

则一天内变快的时间为

$$\begin{aligned}\tau &= \Delta T \times 24 \times 3\,600 = \frac{\Delta l}{2l} \times 24 \times 3\,600 \text{ s} \\ &= \frac{1.2 \times 10^{-4}}{2} \times 24 \times 3\,600 \text{ s} = 5.184 \text{ s}\end{aligned}$$

(4) 要求 $|\tau| \leq 1$, 即

$$\left| \frac{\Delta l}{2l} \times 24 \times 3\,600 \right| \leq 1$$

即

$$\begin{aligned}\left| \frac{\alpha \Delta t}{2} \times 24 \times 3\,600 \right| &\leq 1 \\ |\Delta t| &\leq \frac{2 \times 1}{1.2 \times 10^{-5} \times 24 \times 3\,600}^{\circ}\text{C} = 1.93^{\circ}\text{C}\end{aligned}$$

*** 1-16** (1) 某固体上的一小块区域在某初始温度时面积为 A_0 , 当温度改变了 ΔT 时, 它的面积改变了 ΔA , 证明它们之间的关系为 $\Delta A = (2\alpha)A_0\Delta T$, 其中 α 是线膨胀系数。

(2) 一个圆形铝片在 15°C 时直径为 55.0 cm 。当温度升高到 27.5°C 时, 这个铝片的单面面积将改变多少?

解 (1) 把小区域 A_0 分割成无数块无限小的矩形区域, 每块面积为 $dx \cdot dy$, 则

$$A_0 = \sum dx dy$$

温度升高时, 每个小块面积将变为

$$dA = (dx + \alpha dx \Delta T) \cdot (dy + \alpha dy \Delta T) = (1 + 2\alpha \Delta T) dx \cdot dy$$

一般情况下,线膨胀系数 α 很小,因此上式忽略了 α^2 项,则总面积变为

$$\begin{aligned} A &= \sum dA = \sum (1 + 2\alpha \Delta T) dx dy \\ &= (1 + 2\alpha \Delta T) \sum dx dy = (1 + 2\alpha \Delta T) A_0 \end{aligned}$$

则

$$\Delta A = A - A_0 = 2\alpha A_0 \Delta T$$

(2) 铝片的单面面积改变为

$$\begin{aligned} \Delta A &= 2\alpha A_0 \Delta T \\ &= 2 \times 2.5 \times 10^{-5} \times \pi \times \left(\frac{55}{2}\right)^2 \times (27.5 - 15) \text{ cm}^2 \\ &= 1.48 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

1-17 假设你正在做饭,使用高为 10.0 cm 的圆柱形普通玻璃杯($\alpha_g = 2.7 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$)来盛放橄榄油($\alpha_o = 6.8 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$),橄榄油面离杯顶端正好还差 2 mm。开始时,杯子和橄榄油处于室温 22.0 $^\circ\text{C}$,然后你把它们放到炉子上加热。若恰好有人给你打电话,让你忘记了橄榄油还在加热。假设加热的速度很慢,杯子和橄榄油始终处在相同的温度,问在多少摄氏度时,橄榄油开始溢出杯子?

解 玻璃杯在受热前未装油的体积为

$$\Delta V = \frac{0.2}{10.0} V = 0.02 V$$

玻璃杯和橄榄油在受热时都会膨胀,假设温度升高 ΔT 时,橄榄油刚好开始从杯子溢出。

此时杯子的体积膨胀了

$$\Delta V_g = \alpha_g V \Delta T$$

橄榄油膨胀了

$$\Delta V_o = \alpha_o (V - \Delta V) \Delta T$$

而

$$\Delta V_g + \Delta V = \Delta V_o$$

联立可解得

$$\Delta T = \frac{\Delta V}{\alpha_o (V - \Delta V) - \alpha_g V}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{0.02}{6.8 \times 10^{-4} \times (1 - 0.02) - 2.7 \times 10^{-5}} \text{ } ^\circ\text{C} \\
 &= 31.28 \text{ } ^\circ\text{C}
 \end{aligned}$$

在 $53.28 \text{ } ^\circ\text{C}$ 时,橄榄油开始溢出杯子。

1-18 一个 20.0 L 的容器内含 $18.0 \text{ } ^\circ\text{C}$ 的 $4.86 \times 10^{-4} \text{ kg}$ 的氦气。氦气的摩尔质量为 4.00 g/mol 。

(1) 容器内有多少摩尔的氦?

(2) 容器内的压强是多大?

解 (1) 容器内的氦气的摩尔数为

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{4.86 \times 10^{-4} \times 10^3}{4.00} \text{ mol} = 0.1215 \text{ mol}$$

(2) 容器内的压强为

$$p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{0.1215 \times 8.31 \times 291.15}{20 \times 10^{-3}} \text{ Pa} = 1.47 \times 10^4 \text{ Pa}$$

1-19 设一房间冬天的温度为 $1 \text{ } ^\circ\text{C}$, 夏天的温度为 $35 \text{ } ^\circ\text{C}$, 试问在这两个季节房间内空气的质量之比是多少? (假定在这两个季节房间内空气的压强相等)

解 由 $pV = \frac{m}{\mu}RT$ 得

$$\frac{m_w}{m_s} = \frac{T_s}{T_w} = \frac{308.15}{274.15} = 1.12$$

1-20 一房间的容积为 $5 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ 。白天的气温为 $21 \text{ } ^\circ\text{C}$, 大气压强为 $0.95 \times 10^5 \text{ Pa}$, 到晚上气温降为 $12 \text{ } ^\circ\text{C}$ 而大气压强升为 $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ 。窗是开着的, 从白天到晚上通过窗户漏出了多少空气(以 kg 表示)? 视空气为理想气体, 已知空气的摩尔质量为 29 g/mol 。

解 由 $p_d V = \frac{m_d}{\mu}RT_d$, $p_n V = \frac{m_n}{\mu}RT_n$ 得从白天到晚上房间漏出空气为

$$\begin{aligned}
 m &= m_d - m_n = \left(\frac{p_d}{T_d} - \frac{p_n}{T_n} \right) \frac{\mu V}{R} \\
 &= \left(\frac{0.98 \times 10^5}{294.15} - \frac{1.01 \times 10^5}{285.15} \right) \times \frac{29 \times 200}{8.31} \text{ g} \\
 &= -14.7 \times 10^3 \text{ g} = -14.7 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

即从房间外面流进来 14.7 kg 的空气。

1-21 一个带有塞子的烧瓶, 体积为 $2.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$, 内盛 0.1 MPa、300 K 的氧气。当系统加热到 400 K 时塞子被顶开, 立即盖上塞子并且停止加热, 烧瓶又逐渐降温到 300 K。设外界气体压强始终为 0.1 MPa。试问:

(1) 烧瓶中所剩氧气压强是多少?

(2) 烧瓶中所剩氧气质量是多少?

解 总的过程可以分为三部分: ① 塞子被顶开前, 气体经历等体升温过程; ② 塞子被顶开后到盖上塞子的短时间内, 瓶中气体冲出, 使瓶内外压强相等; ③ 盖上塞子后, 气体经历等体降温过程。

(1) 第三个过程满足查理定律, 有 $\frac{p_3}{T_3} = \frac{p'_3}{T'_3}$, 而 $p_3 = 0.1 \text{ MPa}$, $T_3 = 400 \text{ K}$, $T'_3 = 300 \text{ K}$, 则

$$p'_3 = \frac{T'_3}{T_3} p_3 = \frac{300}{400} \times 0.1 \text{ MPa} = 0.075 \text{ MPa}$$

即烧瓶中所剩氧气压强为 0.075 MPa。

(2) 由 $p'_3 V = \frac{M_3}{\mu} R T'_3$ 得

$$M_3 = \frac{p'_3 V \mu}{R T'_3} = 0.002 \text{ kg}$$

1-22 潜水艇气箱的容积为 20 L, 其中充满了压缩空气。气箱在 20 °C 时的压力计读数为 $p = 120 \text{ kg/cm}^2$, 若取 10 m 高水柱的压强值为 1 kg/cm^2 , 试问, 若该气箱位于 30 m 水深处, 其温度为 5 °C, 则可利用该气箱中的空气排出潜水艇水槽中多少体积的水?

解 潜至 30 m 水深处时气箱空气体积的变化量即为排出水的体积 ΔV , 由题意有

$$\frac{pV}{T} = \frac{p'(V + \Delta V)}{T'}$$

式中 $p' = 3 \text{ kg/cm}^2$, 30 m 水深处压强, 解得

$$\Delta V = \frac{pVT'}{p'T} - V = \frac{120 \times 20 \times 278.15}{3 \times 293.15} \text{ L} - 20 \text{ L} = 739 \text{ L}$$

即能排出水槽中 739 L 体积的水。



1-23 一电焊工用体积为 $0.075\ 0\ \text{m}^3$ 的容器装氧气,温度为 $37.0\ ^\circ\text{C}$,压强约为 $3.00 \times 10^5\ \text{Pa}$ 。若这个容器有一个小缝隙,氧气可以从缝隙泄漏出去。某天温度为 $22.0\ ^\circ\text{C}$,容器内的氧气压强约为 $1.8 \times 10^5\ \text{Pa}$ 。计算:

- (1) 初始氧气质量;
- (2) 泄露的氧气质量。

解 由气体状态方程得

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1, \quad p_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2$$

得

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{p_1 V \mu}{RT_1} \\ &= \frac{3.00 \times 10^5 \times 0.075 \times 32 \times 10^{-3}}{8.31 \times 310.15} \text{ kg} \\ &= 0.279 \text{ kg} \\ m_1 - m_2 &= \frac{V \mu}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) \\ &= \frac{0.075 \times 32 \times 10^{-3}}{8.31} \times \left(\frac{3.00 \times 10^5}{310.15} - \frac{1.8 \times 10^5}{295.15} \right) \text{ kg} \\ &= 0.103 \text{ kg} \end{aligned}$$

即初始氧气质量为 $0.279\ \text{kg}$, 泄漏的氧气质量为 $0.103\ \text{kg}$ 。

1-24 过节时我们向空中释放氢气球,试由理想气体状态方程分析气球升空过程中的状态变化。

解 由 $pV = \nu RT$, 忽略升空过程中大气温度的变化,随着高度增加,大气压强减小,而氢气球内外压强要保持相等,故气球会不断膨胀,到达一定高度时爆破。

1-25 设在恒温($t = 0\ ^\circ\text{C}$)下,测得三甲胺的密度和压强比值 $\frac{\rho}{p}$ 随压强 p 变化的数据如下表所示。试根据实验数据求三甲胺的摩尔质量。

$p(10^{-5}\ \text{Pa})$	0.8	0.6	0.4	0.2
$\frac{\rho}{p}$ ($10^{-5}\ \text{kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{Pa})$)	2.756 8	2.717 0	2.677 9	2.638 5

解 将三甲胺作理想气体处理,则由理想气体状态方程可得

$$\mu = RT \frac{\rho}{p}$$

以 p 为横坐标, $\frac{\rho}{p}$ 为纵坐标,将测量的 4 个点两两相连作直线,这些线在纵坐标的截距即为 $p \rightarrow 0$ 时 $\frac{\rho}{p}$ 的值,可算得平均截距为 $2.5988 \times 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{Pa})$ 。故有

$$\begin{aligned}\mu &= RT \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\rho}{p} \\ &= 8.31 \times 273.15 \times 2.5988 \times 10^{-5} \text{ kg/mol} \\ &= 59.0 \text{ g/mol}\end{aligned}$$

1-26 两个贮着空气的容器 A 和 B,以带有活塞的细管相连接。容器 A 浸入温度为 $t_1 = 100^\circ\text{C}$ 的水槽中,容器 B 浸入温度为 $t_2 = -20^\circ\text{C}$ 的冷却剂中。开始时,两容器被细管中的活塞分隔开,这时容器 A 及 B 中空气的压强分别为 $p_1 = 0.0533 \text{ MPa}$, $p_2 = 0.0200 \text{ MPa}$,体积分别为 $V_1 = 0.25 \text{ L}$, $V_2 = 0.40 \text{ L}$ 。试问把活塞打开后气体的压强是多少?

解 由气体混合前后物质的量守恒,有

$$\frac{pV_1}{T_1} + \frac{pV_2}{T_2} = \frac{p_1V_1}{T_1} + \frac{p_2V_2}{T_2}$$

得

$$p = \frac{p_1V_1T_2 + p_2V_2T_1}{V_1T_2 + V_2T_1} = 2.98 \times 10^4 \text{ Pa}$$

1-27 容积为 2250 cm^3 的烧瓶内有 1.0×10^{15} 个氧分子、 4.0×10^{15} 个氮分子和 $3.3 \times 10^{-7} \text{ g}$ 的氩气。设混合气体的温度为 150°C ,求混合气体的压强。

解 由道尔顿分压定律及理想气体状态方程得混合气体的压强为

$$\begin{aligned}p &= p_{\text{O}_2} + p_{\text{N}_2} + p_{\text{Ar}} \\ &= \frac{\nu_{\text{O}_2} + \nu_{\text{N}_2} + \nu_{\text{Ar}}}{V} RT \\ &= \frac{\frac{N_{\text{O}_2}}{N_A} + \frac{N_{\text{N}_2}}{N_A} + \frac{m_{\text{Ar}}}{\mu_{\text{Ar}}}}{V} RT\end{aligned}$$



代入已知条件,得

$$p = 2.58 \times 10^{-2} \text{ Pa}$$

1-28 试证明道尔顿分压定律等效于道尔顿分体积定律,即

$$V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$$

式中, V 是混合气体的体积; $V_1, V_2, \cdots, V_n$ 为各组分的分体积。所谓某一组分的“分体积”,是指混合气体中该组分单独存在时,其温度和压强与混合气体的温度和压强相同时所具有的体积。

解 设混合气体的温度和压强分别为 T, p , 由题意得

$$pV_i = \nu_i RT, \quad pV = \nu RT$$

而 $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_i + \cdots + \nu_n$, 则

$$pV = (\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_i + \cdots + \nu_n)RT = \sum \nu_i RT$$

$$pV = \sum pV_i = p \sum V_i$$

得

$$V = \sum V_i = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$$

1-29 把温度 20°C 、压强为 1.0 atm 、体积为 500 cm^3 的氮气压入一容积为 200 cm^3 的容器, 容器中原来已充满同温同压的氧气。试求混合气体的压强和各种气体的分压强, 假设容器中气体的温度保持不变。 ($1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$)

解 设混合气体的氮气和氧气分压强分别为 $p'_{\text{N}_2}, p'_{\text{O}_2}$, 则 $p'_{\text{O}_2} = 1.0 \text{ atm}$ 且 $p_{\text{N}_2} V_{\text{N}_2} = p'_{\text{N}_2} V$, 则有

$$p'_{\text{N}_2} = 2.5 \text{ atm}$$

由道尔顿分压定律, 有

$$p' = p'_{\text{N}_2} + p'_{\text{O}_2} = 3.5 \text{ atm}$$

1-30 深海潜水员在四周都是水的压力下呼吸空气。因为在 2 个大气压的分压强下的氧是有毒的, 所以在一定的水深以下必须使用特殊的气体混合物。

(1) 在什么深度下空气中氧的分压强等于 2 atm ? ($1 \text{ atm} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$)

(2) 在深水作业中使用含氧 3%、含氮 97% (体积百分百) 的气体混合物。在水深 200 m 时, 这种气体中氧的分压强是多少?

解 (1) 空气中氧气的体积比约为 21%, 由道尔顿分压定律得氧分压为 2 atm

时,空气压强为

$$p = \frac{2}{21\%} = 9.52 \text{ atm}$$

考虑到水面有一个大气压强,那么由水产生的压强应为 8.52 atm。因为一个大气压为 10 m 高水柱产生的压强,故此时水深为 85.2 m。

(2) 水深 200 m 时,混合气体压强为 21 atm,此时氧分压是

$$p_{\text{O}_2} = \frac{V_{\text{O}_2}}{V} p = 21 \times 3\% = 0.63 \text{ atm}$$

1-31 系统 A 和 B 原来各自处在平衡态,现使它们相互接触,试问在下列几种情况下,两系统相接触部分是绝热的还是透热的,或两者都可能:

- (1) 当 V_A 保持不变, p_A 增大时, V_B 和 p_B 都不发生变化;
- (2) 当 V_A 保持不变, p_A 增大时, p_B 不变而 V_B 增大;
- (3) 当 V_A 减小,同时 p_A 增大时, V_B 和 p_B 都不发生变化。

解 (1) 绝热; (2) 透热; (3) 都有可能。

1-32 在一封闭容器中装有某种理想气体。

- (1) 使气体的温度升高同时体积减小,是否可能?
- (2) 使气体的温度升高同时压强增大,是否可能?
- (3) 使气体的温度保持不变,但压强和体积同时增大,是否可能?

解 (1) 可能; (2) 可能; (3) 不可能。

1-33 一容积为 11.2 L 的真空系统,已抽到 1.0×10^{-5} mmHg 的真空度。为了提高真空度,把该系统放在 300 °C 的烤箱内烘烤,使器壁释放出被吸附的气体。设烘烤后真空度变为 1.0×10^{-2} mmHg,求器壁原来吸附的分子数。(1 mmHg = $1.333\,22 \times 10^2$ Pa)

解 因烘烤前后压强差了三个数量级,可以忽略掉烘烤前已有的背景分子数,认为烘烤后的真空度压强是由器壁吸附的分子引起的,由 $pV = \nu RT$ 得

$$\nu = \frac{pV}{RT}$$

器壁原来吸附的分子数为

$$N = \nu N_A = \frac{pV}{RT} N_A$$