

试验结果的数学拟合与力学模型

尤明庆

(河南理工大学 能源科学与工程学院, 河南 焦作 454010)

摘要: 为了描述岩石的力学特征, 通常会提出各种假设或力学模型, 其模型参数一般依据试验结果来确定。模型应具有广泛的适用性, 而不是仅能描述已有的试验结果。在没有获得力学模型之前, 可以利用数学公式拟合试验数据。拟合公式应该具有物理基础, 其中待定参数最好能表示材料的力学性质。以不同直径圆柱试样的承载能力与围压的关系为例, 介绍曲线拟合方法和力学模型的建立过程, 说明两者之间的区别; 讨论文献中一些试验数据的公式拟合和参数确定, 解释“过度拟合必将失真”。由于试验结果并不完全是由试验控制参数决定, 还受到其他多种因素的影响, 拟合公式也应该体现这一物理事实。如果选择复杂的公式和过多的待定参数以追求过高的拟合精度, 那么拟合公式将不能真实体现试验参数对试验结果的影响。

关键词: 岩石力学; 力学模型; 公式拟合; 过度拟合

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2008)02-251-07

DISCUSSION ON MATHEMATICAL FITNESS AND MECHANICAL MODEL OF EXPERIMENTAL RESULTS

YOU Mingqing

(School of Energy Science and Engineering, Henan Polytechnic University, Jiaozuo, Henan 454010, China)

Abstract: Many hypotheses or mechanical models are used to describe the mechanical properties of rock, in which some parameters are determined by experimental results. The mechanical model should have feasible and wider applications other than the experiment itself. Mathematical equations are used to fit the experimental data if the mechanical models have not been clearly invented. It is better to optimize fitness equations based on the mechanical and dimensional analyses, and to show the rock mechanical properties with the parameters in the equations. The relations between axial bearing capacity and confining pressure of cylindrical specimens with various sizes are introduced; and the differences between mechanical models and fitness equations are analyzed. Some fitness equations in literatures are discussed. The fitness equations should be shown with such a physical fact that the experimental results are not merely determined by the experimental parameters, also influenced by some factors which can not be controlled. The fitting precision can be improved better when more parameters are used in the equation, but excess of fitting precision may make the equation untrue totally.

Key words: rock mechanics; mechanical model; equation fitness; excess of fitting precision

1 引言

为了描述岩石的力学特征, 通常需要提出各种

假设或力学模型, 如广义虎克定律、Coulomb 强度准则以及西原流变模型等^[1, 2]。模型中的参数需要依据具体的试验结果来确定。当然, 研究人员希望依据少量的、特定状态的试验结果所确定的力学模

收稿日期: 2007-06-06; **修回日期:** 2007-08-13

作者简介: 尤明庆(1964-), 男, 博士, 1984年毕业于复旦大学数学系力学专业, 现任教授, 主要从事岩石力学方面的教学与研究工作。E-mail: youmq@hpu.edu.cn

型，能够具有广泛的适用性，而不是仅能描述那些已有的试验结果。模型固然要尽可能复杂，复杂到能够求解为止；同时模型也应尽可能简单，简单到不失真为止。由于岩石的力学性质较为复杂，影响因素较多，通常在各种力学模型中都只能考虑少量的主要因素。因而，不能期望仅考虑主要因素的力学模型能够完全描述试验结果。

在没有获得力学模型之前，可以利用数学公式来拟合试验数据。目前，计算机的普及以及 Excel 和 Matlab 等分析软件的广泛使用以及其带来的便利条件，对试验数据可以迅速进行多种计算、绘图和曲线拟合，并给出各种形式的公式，而这在 20~30 a 前是难以想象的。不过，有时对拟合公式本身缺乏系统的研究和正确的理解，所以可能造成拟合公式没有明确其物理含义和适用范围；或为了追求拟合精度，进而选用参数过多的复杂计算公式；或对试验的各个曲线进行一一拟合，得到多组拟合参数。这样由此所得到的拟合公式可能失去其应用价值，乃至完全不符合事实。

拟合公式应该具有物理基础，其中待定参数最好能够表示材料的某种力学性质。仅含有 2 个参数的 Coulomb 强度准则是处理试验结果的典范：以黏聚力和摩擦力构成的剪切承载力在特定的倾角截面达到极值，据此来解释岩样强度与围压间的线性关系。以此为例，本文介绍试验结果的曲线拟合方法和力学模型的建立过程，说明两者之间的区别，进而解释“过度拟合必将失真”的原因。

2 试验结果的曲线拟合

假设利用高径比为 2 : 1，直径 $D = 40, 50, 60$ 和 65 mm 的 4 组试样，进行常规的三轴压缩试验，得到在不同围压 P 作用下，试样能够承载的轴向极限载荷 F (见图 1)。需要特别说明的是，这些数据并非真实试验结果，而是利用公式产生的，即

$$F = 0.25\pi D^2(\eta + 50 + 3.5P) \quad (1)$$

式中： η 为 $-10 \sim 10$ 的随机数，由计算机产生，表示试样差异、试验过程等对承载能力的影响； D 为试样直径(mm)，是参变量； P 为围压(MPa)，是自变量； F 为极限载荷(kN)，是因变量。

就岩石力学试验而言，图 1 数据的离散性是相当低的，其极限载荷与围压大致成线性关系：

$$F = aP + b \quad (2)$$

式中： a 为参数($\text{kN} \cdot \text{MPa}^{-1}$)； b 为参数(kN)，其具

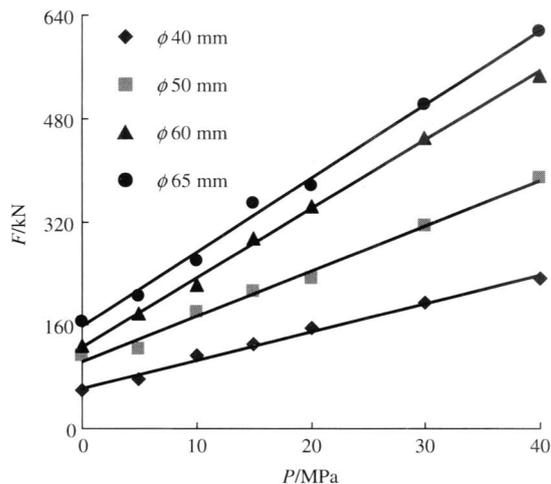


图 1 不同直径试样的承载能力与围压关系(假想数据)
Fig.1 Loading capacity of specimens with various diameters under different confining pressures(imaged data)

体数值均受到参变量直径 D 的影响。

为简洁起见，以后不再给出公式中参数单位。如果只是利用最小二乘法线性回归，得到表 1 中不同直径 D 时参数 a 和 b 的具体数值，那么式(1)只是对试验结果的一个数学描述或曲线拟合，并不能成为力学模型。对于没有进行试验的直径 D ，相应的试样强度特性是未知的。因而需要研究参数 a ， b 与直径 D 之间的关系。

表 1 不同直径 D 时参数 a 和 b 的回归参数

Table 1 Regression parameters a and b in linear relation with different diameters D

D/mm	a	b
40	4.38	62.61
50	7.01	103.10
60	10.65	126.50
65	11.43	157.30

图 2 是参数 a ， b 与直径 D 的关系。假设限于条件，只有 4 组数据。对于这样的数据，可以用多种公式或曲线拟合，最常用的，或者说首先应该考虑的，是直线拟合，其结果已经在图 2 中给出。拟合具有相当高的精度。如果将参数 a ， b 与直径 D 的拟合公式代入式(2)，那么就可得到试样的承载能力 F 与直径 D 和围压 P 成双线性关系的结论，即

$$F = (0.295D - 7.461)P + (3.560D - 78.96) \quad (3)$$

$$F = (0.295P + 3.560)D - (7.461P + 78.96) \quad (4)$$

承载能力与试样直径成线性关系，这一结论尽管与常识不符，却是完全正确的，也非常有用。此

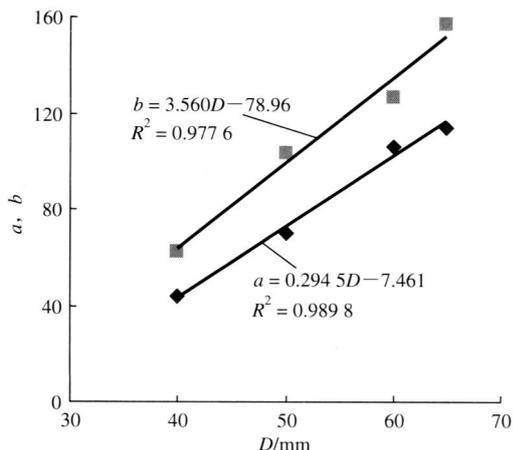


图 2 试样承载特性参数与直径的线性关系

Fig.2 Linear relation between parameters of loading capacity and diameters of specimens

时就可以利用式(3)或(4)来确定所研究岩石在试验范围内(即 $0 \text{ kN} \leq P \leq 40 \text{ kN}$ 及 $40 \text{ mm} \leq D \leq 65 \text{ mm}$)不同围压、不同直径条件下试样的承载能力。但是应该明确的是,这一结论通常也仅在试验范围内成立,不能简单外推到试验范围之外,除非有其他证据。例如式(3)表明,直径为 $\phi 20 \text{ mm}$ 的试样单轴压缩的承载能力为负值,这显然是错误的。式(3)或(4)仍然只是对试验结果的数学描述,并不能称之为力学模型,也不能称之为理论。

显然,要获得合理的结果,最好是进行更多的试验研究,确定直径小于 $\phi 40 \text{ mm}$ 试样在不同围压下的承载能力 F 。如果由于种种原因,难以进行这样的试验,那么可以进行逻辑分析,确定更合理的拟合公式。例如,直径为 0 的试样承载能力应该为 0,而参数 a, b 也不会与直径 D 成正比,因此可以考虑是否与 D^2 成正比,图 3 是相应的拟合结果。

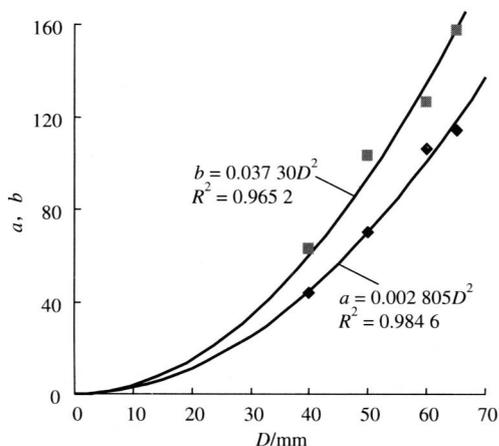


图 3 试样承载特性参数与试样直径平方的关系

Fig.3 Square relation between parameters of loading capacity and diameters of specimens

从图 3 可以看出,在试验范围内,对于参数 a, b ,尽管线性回归比二次方拟合具有更好的精度,考虑到公式在直径较小区域的合理性,线性公式应该予以放弃。毕竟还是希望研究结果具有尽可能广泛的应用范围。当然图 3 中数据的拟合公式还可以使用其他的形式,如 $\eta D^2 + \lambda D$,也通过 0 点,拟合精度会更高。不过二次方拟合具有特殊的含义。这将在节 3 予以说明。

3 岩石试样强度的力学模型

回归参数 a, b 与直径 D 的平方成正比,意味着承载能力与试样的承载面积成正比,因而可以利用下面的表达式来描述试样的承载特性,即

$$F = 0.25\pi D^2(Q + KP) \tag{5a}$$

或

$$\sigma_s = F / (0.25\pi D^2) = Q + KP \tag{5b}$$

式中: σ_s 为单位面积的承载能力,以下称之为强度; Q 为岩石的单轴压缩强度; K 为围压影响系数,由内摩擦因数确定。

依据图 3 参数 a, b 的回归结果,得到式(5)中的参数,即

$$Q = (4/\pi) \times 0.0373 \text{ kN/mm}^2 = 47.50 \text{ MPa}$$

$$K = (4/\pi) \times 0.002805 \text{ kN/(MPa} \cdot \text{mm}^2) = 3.57$$

式(5a)和(5b)依然只是试样承载能力的一个数学描述。不过,从数学上可以证明,黏聚力和内摩擦力表示的剪切破坏 Coulomb 准则与其等价,而圆柱试样在常规三轴压缩下也多是剪切破坏。Coulomb 准则是一个力学模型,于是式(5a)和(5b)也成为一个力学模型。

将图 1 的数据利用式(5b)转换为图 4 的强度与围压关系,可以更清楚地看出数据的离散程度。将所有这些强度进行回归,得到的强度关系为

$$\sigma_s = 48.6 + 3.57P \tag{6}$$

这与由图 3 得到的结果稍有差异,与产生图 1 数据时所用的 $Q = 50.00 \text{ MPa}$, $K = 3.5$ 也不相同,但都差别不大。顺便指出,如果 n 组数据 (x_i, y_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) 可以利用 $y = ax$ 拟合,且记 $X_i = x_i^2$, $Y_i = y_i^2$,那么 (X_i, Y_i) 也可以利用 $Y = AX$ 拟合,但是拟合参数 A 与 a^2 会略有差异,并不完全等同。

需要进一步研究的是,式(5a)和(5b)中的参数 Q 和 K 是否与直径 D 有关,岩石的强度是否存在尺度效应。表 2 给出了不同直径岩样强度回归得到的

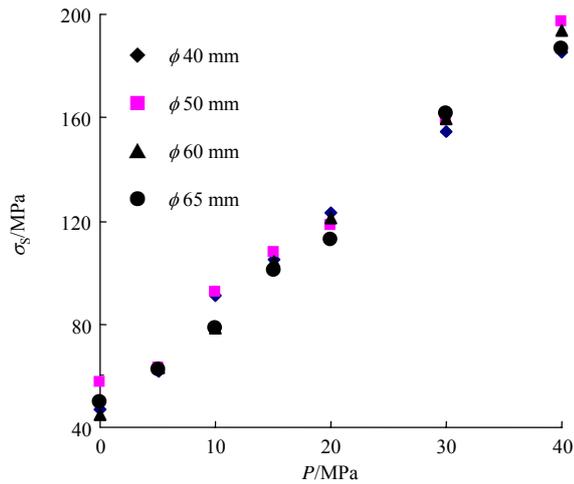


图4 不同直径试样的强度与围压的关系

Fig.4 Strengths of specimens with various diameters under different confining pressures

表2 不同试样直径下强度与围压线性关系中的回归参数
Table 2 Regression parameters of linear strength relation for various diameters of specimens

D/mm	K	Q/MPa
40	3.49	49.8
50	3.57	52.5
60	3.77	44.7
65	3.44	47.4
上述数据回归	3.57	48.6

参数 Q 和 K 。尽管试验数据具有明显的离散性，回归得到的模型参数却差别不大，但并不完全相同。所有数据的回归结果也在最后一列给出，大致上是4组回归数据的平均值。

影响试验结果的因素很多，不能认为表2中参数的差异就是岩石强度的尺寸效应。一般认为试样尺度较小，强度较高。不过，这只是大量试样强度的平均结果；对具体2个试样而言，完全可能出现试样尺度较小而强度较低的情形；此外试样尺度减小，端面平整度以及轴向加载偏心的影响将会增大，都可能引起小尺度试样的强度偏低。K. Thuro等^[3]给出直径 ϕ 45~110 mm，高径比均为2:1的30个石灰岩试样和17个花岗岩试样的单轴压缩试验结果，得到的尺寸效应远小于试样之间的离散性，正如N. Barton^[4]的题目叙述那样，将产生疑问。

总之，如果要研究尺度对试样强度的影响，需要进行更多、更仔细的试验研究，而表2数据之间的差异只是试样强度的离散性。为了更清楚表示强度的离散性，图5给出 $\sigma_s - 3P$ 与围压 P 关系。显然，

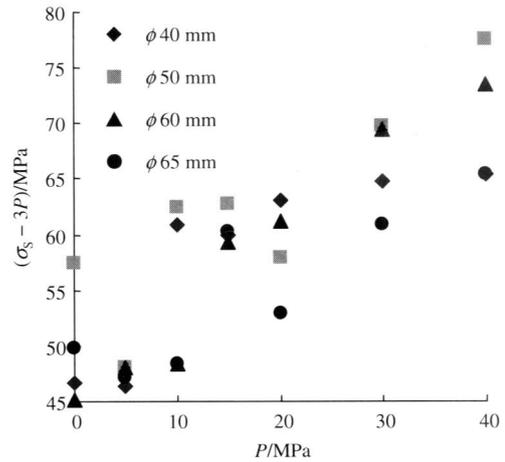


图5 不同直径试样 $\sigma_s - 3P$ 与围压 P 的关系

Fig.5 Relationship between $\sigma_s - 3P$ and confining pressure P of specimens with various diameters

用线性关系式(5a)和(5b)，即Coulomb准则，不能完全描述强度随围压变化的试验结果。或者说，强度的变化并不完全是由围压和直径引起的。

4 拟合公式的确定和评价

如果认为承载能力与围压之间线性关系的表达式(2)没有很好地拟合试验结果，也可以利用其他形式的公式进行拟合。可供选择的公式很多，现在高性能的计算机，具有Matlab和Excel分析软件，而不是10a前的Basic和Fortran程序，这样其数值拟合则是较为容易的事情。至于20a前只有计算器、30a前只有数学用表，那么其线性拟合也不是容易的事情。

假设利用三次多项式可以拟合承载能力 F 与围压 P 之间的关系：

$$F = a_0 + a_1P + a_2P^2 + a_3P^3 \quad (7)$$

式(7)的拟合曲线如图6所示，相关的拟合参数见表3。

显然，线性表达式是三次多项式的特殊形式，因此后者肯定对试验数据具有更好的拟合精度，但表3中回归数据与直径之间没有明显的规律，且二次项和三次项的系数正负关系不同，具有定性的差别。对于没有进行试验的参变量直径 D ，试样承载能力与围压的关系(即式(7))完全不能了解。此外，回归公式不能应用于试验围压范围之外。就此而言，如果仅是给出拟合公式(式(7))和表3的参数，尽管对每一组数据都有很高的拟合精度，但这样的研究结果价值不大，据此也不能得到真正的力学模型。

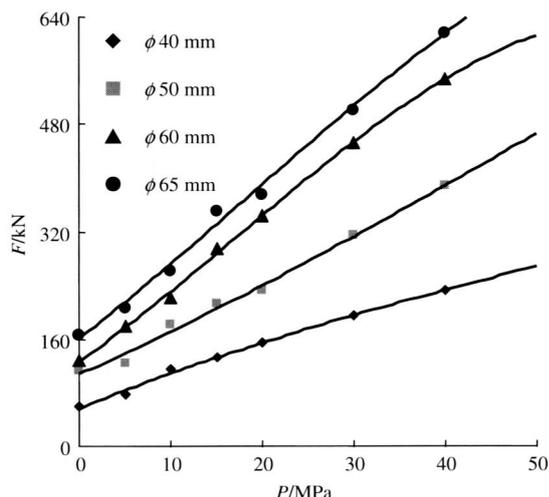


图 6 试样承载能力与围压关系的三次多项式拟合
Fig.6 Three-order polynomial fitting of loading capacity with confining pressures

表 3 不同直径试样承载能力与围压的三次多项式拟合参数
Table 3 Parameters in three-order polynomial fitting of loading capacity with confining pressures

D/mm	a_0	$a_1/10$	$a_2/10^2$	$a_3/10^3$
40	56.5	56.3	-4.15	0.273
50	107.8	60.8	2.89	-0.148
60	127.2	94.4	11.04	-2.104
65	160.6	103.3	6.42	-0.969

如果承认试样的承载能力与面积，也就是试样直径 D 的平方成正比，这样得到的图 4 强度与围压关系也用三次多项式来描述回归强度与围压的关系：

$$\sigma_s = b_0 + b_1P + b_2P^2 + b_3P^3 \quad (8)$$

这样由式(8)可以得到表 4 的数据。对所有强度进行回归结果在最后一列给出。与表 2 不同的是，表 4 中的数据毫无规律可言，且变化显著，不能认为是试验数据离散所致。这就是说，如果承认试样的承载能力与面积成正比，那么只要表 4 中的回归数据随试样直径变化而不是大致相同，就应该判断式(8)不能用来拟合试验数据。

不过类似的研究在公开发表的文献中却偶有所见。徐卫亚等^[5, 6]用五元流变模型对不同应力状态下的蠕变曲线进行拟合，确定的模型参数随应力状态变化，且毫无规律；而作者仅仅以每一根曲线的拟合精度很高来证明模型的适用性。需要强调的是，如果仅对一组数据或一根曲线确定拟合公式中的多个参数，公式当然可以与该组数据或曲线有很

表 4 不同直径试样的强度与围压的三次多项式拟合参数
Table 4 Parameters in three-order polynomial fitting of strengths with different diameters and confining pressures

D/mm	b_0	$b_1/10$	$b_2/10^2$	$b_3/10^3$
40	44.960	44.800	-3.302	0.217
50	54.900	30.970	1.472	-0.075
60	44.990	33.390	3.905	-0.744
65	48.400	31.130	1.935	-0.292
上述数据回归	48.310	35.060	1.000	-0.224

好的吻合性，但不能就此证明该公式的正确性与合理性，更不能认为公式可以应用于其他场合。至于将这样的公式称为“力学模型或理论”，可能误解了“模型”和“理论”的意义。

例如对直径为 $\phi 50$ mm 的一组数据，图 7 具体给出线性拟合与三次多项式拟合的曲线。如果仅仅由于三次多项式比线性公式具有更高的拟合精度，就称其改进和发展了 Coulomb 强度准则，那是错误的。类似的研究在公开发表的文献中也偶有所见，如徐卫亚等^[7, 8]利用含有 9 个待定参数的“河海模型”和 8 个待定参数的“蠕变损伤模型”分段拟合一根曲线。不过，即使那一根曲线是真实可信的，也不能利用拟合精度来证明公式的正确性与合理性。尤明庆^[9]已经对此进行了说明，而徐卫亚等^[10]的答复仍有值得讨论的地方。

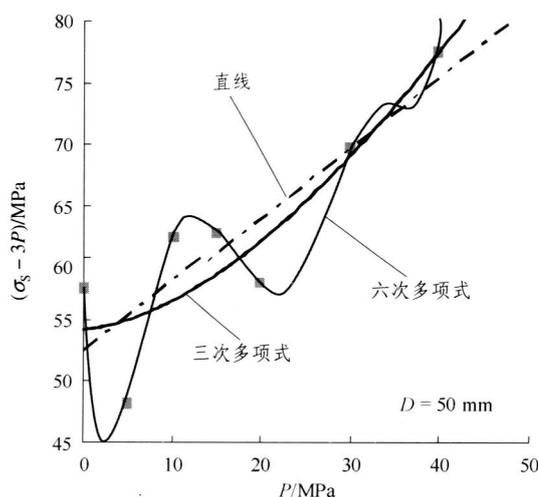


图 7 不同阶次多项式对一组试验数据的拟合
Fig.7 Fitness with various orders of polynomial fitting of one group of data

5 过度拟合必定失真

一般而言，最好在研究变量之间的力学关系、

进行量纲分析的基础上选择拟合公式，这也有利于设计试验项目。选择含有过多参数的复杂公式或利用多个公式分段拟合试验数据，可能引起拟合公式的整体失真。

增加拟合公式中的待定参数可以提高拟合精度。 n 对数据 $(x_i, y_i)(i=1, 2, \dots, n)$ ，即平面上的 n 个点，有 $n-1$ 次多项式完全通过，具体形式可表示为

$$y = \sum_{i=1}^n y_i \frac{\prod_{j \neq i} (x - x_j)}{\prod_{j \neq i} (x_i - x_j)} \quad (9)$$

图7给出通过7个试验点的一个六次多项式。这个多项式只能描述该组数据与围压的关系，对于未进行试验的围压其所预测的强度与真实值将出现巨大的偏差。即拟合公式只能描述试验数据本身，不能描述试验范围内的强度或承载能力，因而这样的研究结果价值不大，由此得到的结论将是不可靠的，甚至是完全错误的。这与前面拟合公式式(3)，(4)不同，后者可以描述试验范围内的所有围压和试样的强度。

显然，要求拟合公式或曲线完全通过给定数据或过分接近给定数据，拟合公式可能出现病态，所谓过度拟合必定失真。这是因为试验结果或因变量 y 并不完全是由单一的试验控制参数或自变量 x 决定，还受到其他多种因素的影响。如果试验控制参数是试验结果的主要影响因素，那么拟合公式应该反映整体变化规律，其与试验结果的差异是其他因素，通常是一些不可控制的试验条件引起的。试验结果 y 的变化不完全由试验参数 x 引起的，拟合公式也应该体现这一物理事实。

例如煤系岩石的杨氏模量可能随围压而增大，孟召平等^[11]认为可以用二次曲线表示两者之间的关系，如砂质泥岩的杨氏模量可表示为

$$E = 40\sigma_3^2 - 678\sigma_3 + 2.69 \times 10^4 \quad (10)$$

式中： E 为杨氏模量(MPa)。

式(10)回归的相关系数为 $R=0.94$ 。孟召平等^[11]未进行重复试验，而由于试样之间的差异，围压10.0 MPa时的杨氏模量大于围压20.0 MPa时的数值，使得回归得到的式(10)具有这样特征：围压 σ_3 从0.0增加到8.5 MPa时(相当于340 m深处的自重应力)，杨氏模量是降低的。这不是岩石的力学性质，很显然，相关系数较高并不能说明分析结果的合理性。尤明庆^[12, 13]在分析围压对裂隙承载能力影响

的基础上，讨论了杨氏模量随围压的变化特征。

汪亦显和曹平^[14]利用六次多项式拟合“误差影响率与厚径比的关系”，相关的结果值得讨论。此外，高阶多项式拟合通常会存在病态：试验数据少许改变可能引起多项式的系数乃至曲线形状发生巨大的变化。现在具有计算机和Excel和Matlab等分析软件，要理解这一点并不困难。

6 结 论

力学模型通常形式简单，具有明确的物理背景和广泛的适用性，模型中的参数表示材料的力学性质。但是，获得力学模型并不容易。R. Hooke大约在1660年就已经发现了今天所说的Hooke定律，然而因为没有把握，直到1676年才以anagram的方式公布了一串字母，1678年公布答案“Ut tensio, sic vis”，即“有多大变形，有多大力”^[15]。稍晚后2a，发现权就得属于他人。而表示材料弹性变形的另一个参数泊松比，从1807年T. Young出版的Course of Lectures指出杆在拉伸和压缩过程中，纵向变形总是伴随着侧向变形，到1908年E. A. Grüneisen首次利用单向拉伸试验直接测定试样纵向和横向变形的办法来确定泊松比系数，更是历经百年之久^[16]。

在没有得到可信的力学模型之前，可以对试验数据进行数学拟合。不过，对拟合公式的形式及适用性需要进行仔细地研究，不能简单地以拟合精度高低来评价其是否合理；而选择复杂的公式和过多的待定参数以追求过高的拟合精度，可能使拟合公式所表示的参数变化规律完全失真，对此必须有清醒的认识。

参考文献(References):

- [1] 周维垣. 高等岩石力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1990.(ZHOU Weiyuan. Advanced rock mechanics[M]. Beijing: Water Resources and Electric Power Press, 1990.(in Chinese))
- [2] 郑颖人. 岩土材料屈服与破坏及边(滑)坡稳定分析方法研讨——“三峡库区地质灾害专题研讨会”交流讨论综述[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(4): 649 - 661.(ZHENG Yingren. Discussion on yield and failure of geomaterials and stability analysis methods of slope/landslide—communion and discussion summary of special topic forum on geologic disasters in the Three Gorges Project region[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,

- 2007, 26(4): 649 - 661.(in Chinese))
- [3] THURO K, PLINNINGER R J, ZÄH S, et al. Scale effects in rock strength properties(part 1)[C]// Rock Mechanics—A Challenge for Society, EUROCK2001. Espoo, Finland: Swets and Zeitlinger Lisse, 2001: 169 - 174.
- [4] BARTON N. Scale effects or sample bias?[C]// Proceedings of the First International Workshop on Scale Effects in Rock Masses. Netherlands: A. A. Balkema, 1990: 31 - 58.
- [5] 徐卫亚, 杨圣奇, 谢守益, 等. 绿片岩三轴流变力学特性的研究(II): 模型分析[J]. 岩石力学, 2005, 26(5): 693 - 698.(XU Weiya, YANG Shengqi, XIE Shouyi, et al. Investigation on triaxial rheological mechanical properties of greenschist specimen(II): model analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(5): 693 - 698.(in Chinese))
- [6] 徐卫亚, 杨圣奇. 节理岩石剪切流变特性试验与模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增2): 5 536 - 5 542.(XU Weiya, YANG Shengqi. Experiment and modeling investigation on shear rheological properties of jointed rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(Supp.2): 5 536 - 5 542.(in Chinese))
- [7] 徐卫亚, 周家文, 杨圣奇, 等. 绿片岩蠕变损伤本构关系研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(增1): 3 093 - 3 097.(XU Weiya, ZHOU Jiawen, YANG Shengqi, et al. Study on creep damage constitutive relation of greenschist specimen[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(Supp.1): 3 093 - 3 097. (in Chinese))
- [8] 徐卫亚, 杨圣奇, 褚卫江. 岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(3): 433 - 447.(XU Weiya, YANG Shengqi, CHU Weijiang. Nonlinear viscoelasto-plastic rheological model(Hohai model) of rock and its engineering application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(3): 433 - 447.(in Chinese))
- [9] 尤明庆. 对“岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用的讨论”[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 637 - 640.(YOU Mingqing. Discussion on “nonlinear viscoelasto-plastic rheological model(Hohai model) of rock and its engineering application” [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 637 - 640. (in Chinese))
- [10] 徐卫亚, 杨圣奇. 关于“对‘岩石非线性黏弹塑性流变模型(河海模型)及其应用’的讨论”答复[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 641 - 646.(XU Weiya, YANG Shengqi. Reply to “discussion on ‘nonlinear viscoelasto-plastic rheological model(Hohai model) of rock and its engineering application’ ” [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 641 - 646.(in Chinese))
- [11] 孟召平, 彭苏萍, 凌标灿. 不同侧压下沉积岩变形与强度特征[J]. 煤炭学报, 2000, 25(1): 15 - 18.(MENG Zhaoping, PENG Suping, LING Biaocan. Characters of the deformation and strength under different confining pressures on sedimentary rock[J]. Journal of China Coal Society, 2000, 25(1): 15 - 18.(in Chinese))
- [12] 尤明庆. 岩石试样的杨氏模量与围压的关系[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(1): 43 - 50.(YOU Mingqing. Effect of confining pressure on the Young's modulus of rock specimen[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(1): 43 - 50.(in Chinese))
- [13] 尤明庆. 围压对杨氏模量的影响与裂隙摩擦的关系[J]. 岩石力学, 2003, 24(增): 167 - 170.(YOU Mingqing. Effect of confining pressure on the Young's modulus of rock specimen and the friction in fissures[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(Supp.): 167 - 170.(in Chinese))
- [14] 汪亦显, 曹平. 硬岩巴西劈裂法试验误差影响率分析[J]. 岩石工程学报, 2007, 29(7): 1 085 - 1 089.(WANG Yixian, CAO Ping. Analysis of influence on errors in Brazilian test of hard rock[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(7): 1 085 - 1 089.(in Chinese))
- [15] TIMOSHENKO S P. History of strength of materials[M]. New York: Dover Publications, 1983.
- [16] GERCEK H. Poisson's ratio values for rocks[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, 44(1): 1 - 13.