

# 人类智能模拟的“第2类数学（智能数学）” 方法的哲学研究

杨正瓴 林孔元

人工智能(AI)的基本目的是用机器来代替人的某些智能——大脑思维的某些能力。这实际上涉及到哲学中的认识论、逻辑学等内容。比如人工机器的智能是否可以超过人类智能？科学地回答诸如此类问题，必须首先搞清楚人类智能的能力，以及现存数理科学及其方法论的特征。本文的结论主要有：机器智能在今后相当长的时间内不能超过人类智能，但在某些局部性能特别是在效率上可以超出人类智能，如同人类体力的延伸——机器可以超出人类体力一样。当前的“第2类数学”方法及自然观可能是继哥白尼、达尔文的科学观之后的又一重要的科学观。

## 一、人类智能研究的已有的典型的结果

从思维科学的角度看，人的思维方式有抽象（逻辑）思维、形象思维、动作思维（借助动作才能完成的大脑思维形式<sup>[17]</sup>）、直觉、灵感等多种方式。认知心理学的研究初步揭示了它们的生理载体，即成人大脑左右半球的能力分工。人脑神经科学的研究也初步证实了心理学的有关结果。我们首先简单回顾一下有关的一些结果。

### 1.1 斯配里(Sperry)等人的分离大脑半球的一些结果(1981年诺贝尔生理及医学奖)<sup>[1][2]</sup>

大脑“左半球同抽象思维、象征性关系和对细节的逻辑分析有关，它具有语言（包括书写语言）的、理念的、分析的、连续的和计算的能力，它能说、写，和进行数学计算，在一般功能方面主要是分析，犹如计算机一样”。“右半球则与知觉和空间有关，处理单项的事物而不是数理的排列。它具有音乐的、绘画的、综合的、整体性和几何—空间的鉴别能力”；“右半球的特征事实上完全是非语言的、非数学的、非连续的。它们主要地是空间的和想象的，类似的地方可以是，一幅画或智力的想象相当于一千个词。这些实例包括：辨认面貌，在大的空间画面安排图案，从一小段圆弧判断整个圆，辨认和回忆难以描述的形状，作智力的空间转换，辨别音弦，根据积木块的大小和形状分类，从各部分的聚集中觉察整体，直觉的感觉及几何原理的理解。”<sup>([2],P.3)</sup>

### 1.2 钱学森等人的一些观点<sup>[3]</sup>

“逻辑思维是线形的，形象思维是二维的，那么灵感思维好像是三维的。”<sup>([3],p.141)</sup>“关于视觉的认知心理研究，陈霖同志认为，图象或者模式识别是跟图形的拓扑学有关系，是一个整体分析问题。”<sup>([3],p.139)</sup>“对形象思维的研究表明，只是抽象思维靠语言，形象思维不靠语言，形象的感知是只可意会，不可言传的。幼儿心理学也证明，形象思维先于语言，也先于抽象思

维。”<sup>(3), p. 451)</sup>

### 1.3 脑神经科学<sup>[4-7]</sup>

“大脑惊人的计算速度和有效的结果部分来源于大量的并行机制,这一机制使大脑中的数百万神经元同时工作。”<sup>(4), p. 1935</sup> “真正的神经元是惊人的复杂系统,例如它们能根据输入信号改变阈值或延迟时间。”<sup>(5), p. 929</sup> 实验发现“同步点火事件,而不是个体点火事件,可能是视网膜进行编码的物质信号。”<sup>(6), p. 558</sup> “当大量的生物物理机制以极复杂的方式相互作用时,可以认为是对神经元的输入进行一种非线性计算。而且在不同状态下,同一神经元可以对输入信息进行几种不同的计算。”“人们很容易低估生物计算的难度及复杂性。……真正令人惊奇的是:即使是一些相对低层次的计算(如将两只眼睛的信息结合在一起形成双眼视觉、颜色计算、运动计算、外缘检测等等),也有难以置信的复杂。”<sup>(7), p. 236</sup>

## 二、现存科学的局限性

### 2.1 现存科学的思维方式的复杂性分层的思想

引理 1 (康托定理, Cantor, 1883)<sup>[8][9]</sup>: 对任何集合  $A$ , 它的幂集  $U(A)$  由所有  $A$  的子集 ( $A$  的部分) 构成, 则  $U(A)$  的复杂性(基数)是  $A$  的基数的指数方式, 即  $|U(A)| = 2^{|A|}$ 。

直观地说,  $U(A)$  的复杂性或信息能力比  $A$  有本质的提高。

命题 2 康托无穷基数第二序列<sup>[8][9]</sup>

$a \ c \ f \ h \ i \ b \dots \dots$

其中,  $a$  为全体自然数集的基数,  $c = 2^a$  为全体实数集的基数,  $f = 2^c$  为全体几何曲线集的基数。为方便, 本文接着记  $h = 2^f$ ,  $i = 2^h$ ,  $b = 2^i$ 。

这个序列是这样构造的:首先选可数无穷集,它的基数为  $a$ ,这样的集合有全体自然数集、全体整数集、全体有理数集等。这种集合的幂集的基数为  $c$ ,它是全体实数集或连续统的基数等。这类集合的幂集的基数为  $f$ ,它是全体几何曲线集、[01] 区间上全体实函数集合的基数等。

直观地说,该序列的各元素的复杂性,后者比前者大“无穷大”倍。复杂性为后者的数学理论,可以方便地表示复杂性为前者的数学理论;反之,则是不可能的。

引理 3 (柴廷, Chaitin, 1974)<sup>[10]</sup>: 直观表述为,对任何形式系统  $T$ ,它具有信息量  $C_T$ ,凡比  $C_T$  复杂性高的命题,在  $T$  中不可证。它是哥德尔 (Godel) 第一不完备性定理的信息论形态下的形式。

引理 4 (哥德尔第一不完备性定理, 1931)<sup>[9]</sup>: 直观表述为,若  $T$  是一个包含算术在内的形式系统,那么有一个语句  $A$  ( $A$ :  $A$  在  $T$  中不可证),使得

- 1) 若  $T$  是协调的(无矛盾的,一致的),那么  $T$  不能  $\Rightarrow A$ ,即  $A$  不是  $T$  的定理。
- 2) 若  $T$  是  $w$ -协调的,那么  $T$  不能  $\Rightarrow \neg A$ ,即  $\neg A$  不是  $T$  的定理。

引理 5 (哥德尔第二不完备性定理, 1931)<sup>[9]</sup>: 直观表述为,若  $T$  是一个包含算术在内的形式系统,那么  $T$  不能  $\Rightarrow (T$  是协调的)。

柴廷定理的一个直观比喻为:一个数学理论如同一个空瓶子,它的容积为  $C_T$ ,凡体积比

$C_T$  大的东西，一定装不到这个瓶子中去。这说明，有的数学理论的能力较大，有的则能力较小。不同数学理论的能力之间，有“质”和“量”两方面的差别。

上述康托、哥德尔、柴廷（柯尔莫哥洛夫也得到过类似的结果）等人的工作，给我们提供了一种科学、简便地划分不同数学理论能力的工具或方法。

## 2.2 现存科学、不同思维方式的复杂性的一种分层方法

命题 6（科学、思维方式的复杂性分层方法）：各种科学、思维方式，按信息复杂性可以归入序列 (\*) 中的某个元素，并相应地称为第某类系统。

$$\begin{array}{cccccc} a & c & f & h & i & b \dots \dots \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots \dots \end{array} (*)$$

这里的信息复杂性的度量，按该系统的基本结构的基数即可。

显然，类型编号高的思维方式比编号低的方式的信息能力强的多，二者是不能近似相等的。这样一种划分，十分类似于老子《道德经》中的观点。两千多年前，老子在其《道德经》“修观第五十四”中云：“故，以身观身，以家观家，以乡观乡，以国观国，以天下观天下，吾何以知天下之然哉？依此。”这实际上提出了一种“分层”和“相似”的认识方法论。

老子明确指出：(1) 对于某种复杂性的客观世界，我们应该用与之类似的复杂性工具去研究它，不能使用复杂性低的工具去研究复杂性高的问题，即不能“以身观家”。(2) 客观世界的复杂性并不都一样，它们之间有质的差异。“身”和“家”的复杂性就处在不同的层次。(3) 某个复杂性层次内的事物，有内在的相似性，可以根据这种相似性来研究它们。

命题 6 还可以进一步约束为“广义丘奇—图灵论题”，或者应该更公正地称为“老子论题”。“广义丘奇—图灵论题”既不是丘奇又不是图灵建立的，甚至他们是反对这种思想的（丘奇—图灵论题：所有合理的计算机彼此等价），而是我们仿照老子的思想建立的。这是将命题 6 的分层思想运用到“可计算”理论领域的结果。

命题 7（老子论题，或称作广义丘奇—图灵论题）：任何智能计算机，可按信息复杂性归入序列 (\*) 中的某个元素，并相应地称为第某类计算机。

$$\begin{array}{cccccc} a & c & f & h & i & b \dots \dots \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \dots \dots \end{array} (*)$$

这里的信息复杂性的度量，按该计算机模型的基本结构的基数即可。并且

(1) 同一编号的不同计算机模型的能力彼此相当，具有某种相似性。(2) 编号大的计算机，比编号小的计算机，在可解性或计算复杂性这 2 个方面（或其中之一）有本质性的提高，彼此并不等价。(3) 同一编号的不同计算机模型，可以以该编号的复杂性为上限互相模拟，还可以以不超过该编号的复杂性模拟编号低的计算机。反之，编号低的计算机，只能以“指数方式”或“指数的指数方式”等高的复杂性模拟编号高的计算机。

将命题 6 仅限制在第 0 类，可以得到原来意义上的丘奇—图灵论题。

大家都知道，丘奇—图灵论题只是一种直观信念，不能加以证明<sup>(9)</sup>。类似的问题还有 AI 中含混性极强的关于智能判断的“图灵测试”：它测试的是“符号能力”，但人类的许多智能是“非符号”的。时至今日，这些信念实际上已经开始成为人类智能、智能机器研究的束缚。

命题 8（科学、思维方式的复杂性分层的一种观点）：

1. 第 0 类 (*a* 类) 智能：以离散量之间的简单关系的处理为基本特征。命题逻辑、数字计算机等是其代表。属于抽象思维。是大脑左半球的功能。
2. 第 1 类 (*c* 类) 智能：以连续量之间的关系的处理等为代表。算术、拓扑、模拟系统等是其代表。属于抽象思维。是大脑左半球的功能。
3. 第 2 类 (*f* 类) 智能：以图象处理等为代表。属于形象思维。是大脑右半球的功能。
4. 第 3 类 (*h* 类) 智能：以空间认知等为代表。属于形象思维、动作思维。是大脑右半球的功能。
5. 第 4 类 (*i* 类) 智能：以人类的集体智慧、个体人的灵感等为代表。属于社会思维。是大脑右半球的功能。
6. 第 5 类 (*b* 类) 智能：以最抽象的哲学思维为代表。还没有找到“科学”的对应物。佛教中某些“不可思议”的描写，复杂性在这一类（?）。

简言之，现存数理科学和依据它们制造的智能机器是第 0、1 类 (*a*、*c* 类) 智能，是大脑左半球的功能的再现。关于人类大脑右半球能力的再现，还没有相应的科学理论与方法。如钱学森说“中医上的东西是知识，不是科学。”<sup>[3]</sup>

依据上述观点，第 3 类复杂性的方法、理论将反映出常人大脑的思维机制。本文的思维的复杂性的科学分类，把人们以前对思维的各种神秘猜测发展到初具科学性的阶段。正如恩格斯在《自然辩证法》中总结的，哥白尼的革命复活了“自然界绝对不变”<sup>[22], p. 488</sup>（离散性的，机械论的，第 0 类的）这样一种自然观；达尔文的革命确立了“一切僵硬的东西溶化了，一切固定的东西消散了，一切被当作永久存在的特殊东西变成了转瞬即逝的东西，整个自然界被证明是永恒的流动和循环中运动着”<sup>[22], p. 453—454</sup>（连续的，第 1 类的）的自然观。本文则力图将人类的自然观、人类的视野扩展到了第 2 类以上。

我们在下文力图提供一种新的自然观，这就是继“离散”“连续”之后的“多复杂性的高类型”自然观。从所研究对象的历史次序和内在的逻辑性看，哥白尼从“脚下的地球”开始，达尔文从“人类自身的肉体起源”开始，本文则从“人脑的思维能力”（宇宙间最美丽的花朵——恩格斯语）开始，得到各自的系统性的自然观。研究的对象越复杂，所得到的自然观也越接近绝对真理。

### 三、现存人工智能以及数理科学方法的局限性

现在我们可以比较明确地弄清有关问题了。根据上一节的分层结果，我们可以知道：现存数理科学和依据它们制造的智能机器是第 0、1 类 (*a*、*c* 类) 智能，是大脑左半球的功能的再现。关于人类大脑右半球能力的再现，还没有相应的科学理论与方法。而人工智能的许多问题，如自然语言的理解、日常环境中的机器人、视觉的模式分析等，都与右半脑的第 2、3 类 (*f*、*h* 类) 能力紧密相关，现有的科学不能有效处理这些问题。

迄今为止的人工智能成功的工作，主要集中在对人脑的第 0、1 类 (*a*、*c* 类) 智能的模拟上。如 1997 年计算机“棋手”战胜国际象棋大师，这表明数字计算机在第 1 类 (*c* 类) 智能上可以“在人脑的指导下”超过人类大脑的相应能力。但对于人脑的更复杂的能力，现有的科学方法就显得严重不足了。如 1980 年代日本的“第 5 代智能计算机”和美国的“自动陆地

“车辆 ALV”计划的失败<sup>[11]</sup>，就是企图用第 0、1 类（ $a$ 、 $c$  类）智能工具来完成第 2、3 类（ $f$ 、 $h$  类）任务造成的<sup>[12][13]</sup>。

#### 四、“第 2 类数学”方法简介

所谓第 0 类（ $a$  类）数学（方法或思想），是指离散量之间的简单关系的研究。如命题逻辑、有理数域。而第 1 类（ $c$  类）数学（方法或思想），是指连续量之间的简单关系的研究。如实数域、初等算术等。目前这些数学方法的基本特征都是对“离散符号”的处理。

但我们打算处理以视觉、动作为主的更复杂类型的问题时，用“离散符号”来描述这些问题就显得能力严重不足了<sup>[2][3]</sup>。这要求我们发展以“几何曲线”为基本元素的数学方法，以便模拟人脑右半球的能力。

“第 2 类数学”初步工作的直观介绍：

它们是在“几何曲线”集合上建立的数学方法。我们发现，如定义一条几何曲线为一个第 2 类数的话，那么它们之间可以建立线性序，并且满足域公理，因此它们可以构成一个崭新的数域——“第 2 类数域”。同时，在“几何曲线”集合上也可以建立复杂性为第 2 类的环。（有关的细节可参见〔8〕）

第 2 类数学中的环以几何曲线为基本元素，以集合间的“对称域”为加法、以“交”为乘法构成的公理系统<sup>[8]</sup>，它类似于命题逻辑的推广。域以几何曲线为基本元素，以曲线间的普通意义上的加法、乘法为演算关系构成的公理系统，它是实数域的直接推广。美国国家科学院 Grenander 院士的“知识的几何”<sup>[19]</sup>，是第 2 类域的一个简化结构。类似的现有数学方法还有人工智能中的“定性推理”。有关第 2 类数学的更具体的内容较多，将由另外的文章专门叙述，本文不再详细地介绍了。

第 2 类数除了可以用来方便地描述右半脑的能力外，还是对第 1 类数（实数）的根本性的扩充。我们知道，第 1 类数（实数）是对第 0 类数（有理数）的根本性的扩充。第 0 类数学以自然数为基础，它们是自然数间的简单关系，如两个自然数相除，形成有理数。它们是人类最早认识到的数量关系。第 1 类数学以实数为基础。实数的形成，可以由“填补”两个有理数之间的“间隙”而形成，它们相当于实数集的幂集。

第 2 类数学是以“几何曲线”为基础的，它是对以视觉处理代表的人类智能行为的模拟。利用它们可以实现“形象思维”的某种模拟。它是对数学、智能、思维本质的研究的重大进步，可能是继  $\sqrt{2}$  之后人类对于世界的复杂性认识的又一重大飞跃<sup>(14), p. 32</sup>。 $\sqrt{2}$  的发现，打破了自然数对人们的束缚，使人类对于世界的复杂性的认识进入了更复杂的水平。第 2 类数学的工作，则打破了实数对人们的束缚，同样使人类对于世界的复杂性的认识进入了更高级的水平。

实际上，以中医为代表的许多“科学”，实质上是“第 2 类科学”。用现存的西方科学方法难以有效地描述它们。如脉象、望诊、穴位、经络，其复杂性都是不低于“第 2 类的”。钱学森感叹到“中医上的东西是知识，不是科学”，就表明了现存科学能力的匮乏。

#### 五、“第 2 类数学”方法的哲学意义概述

##### 5.1 “第 2 类数学”方法的提出，可能引发第 3 次科学自然观的出现

科学自然观的一个基本的内容是自然界的事物间的客观组织、结构等关系问题。机械唯物论认为可以将世界拆为若干部分，对各部分的性能研究后，合起来就是世界本来的面目，如哥白尼、牛顿的自然观。辩证唯物论自然观的一种初级形态是连续变化的自然观，它认为事物间的界限是辩证的，不同事物间可以相互转化，如达尔文、爱因斯坦的自然观。它们都是辩证唯物论自然观的初级的局部的形式。

第2类以上数量关系的发现，证实除“离散——连续”自然观外，还有许多种类的能够反映客观事物间的更复杂的关系的自然观。从而极大地丰富和具体化了马克思主义哲学的“普遍的联系、永恒的发展”这一根本特征，是当代马克思主义指导自然科学的研究、吸收自然科学的最新成果的又一尝试。

## 5.2 对于思维或意识的本质的研究具有重大的意义

语言是抽象思维的工具，它的生理载体是左半脑。形象、表象是形象思维的工具，它的生理载体是右半脑。现存的科学主要是对左半脑抽象思维的模拟。但在对复杂事物的处理，如自然环境的认知等，光运用抽象思维是远远不够的。抽象思维是形象思维发展到一定的阶段之后的“简单化”的产物。没有形象思维的参与，根本不可能完成对复杂事物的认知过程。如高等动物就具备了一定的形象思维的能力<sup>[3]</sup>。由于认知外在的一般过程通常是“由定性到定量”、“由形象思维到抽象思维”，因此，它们之间的转化的特征研究，将对揭开抽象思维的形成具有巨大的促进作用——这实际上涉及到了人类认知本质的起源<sup>[3]</sup>。不研究形象思维，仅研究抽象思维，不可能真正把握人类认识的本质。

第2类方法可以用来描述形象思维，并且还可以退化成描述抽象思维的工具。它对于形象思维和抽象思维之间的转化机制、特征、生理载体的研究，无疑具有巨大的价值。

## 5.3 对于彻底弄清人工智能与人类智能之间的关系具有重大的意义

人类智能是自然界演化的产物。人工智能是智能的人工演化的产物。本文较为明确地回答了二者之间的关系问题。

(1) 人工智能是对人类智能的模拟。一般地讲，基于第0、1、2类数学或方法的智能机器，超不过人类智能。它们只能在解决特定问题的效率上超过人脑，形不成“控制人类”的智能。

(2) 基于第3类数学或方法的智能机器，在空间能力、图像能力等问题上可以与人类中的个体相当，或超过人类个体。即使这类智能机器同时具备基于第0、1、2类数学或方法的智能，原则上也不会对人类社会构成明显的威胁。因为人类的社会智能是第4类的，可以有效地控制第3类以下的智能机器。

(3) 第4类以上的智能机器，可能会对人类智能包括人类的社会智能产生明显的冲击。但目前还看不到它们出现的可能性。因为人们还根本想不出第4类以上的智能机器所需要的智能演算的物质载体<sup>[15—21]</sup>。

## 六、结束语

通过本文的对人类智能的类型、载体、复杂性的分析，我们论证了机器智能在今后相当长的时间内不会超过人类智能这一命题。因为目前我们刚刚开始第2类方法的研究，这是模

拟人类右半脑智能的基础工作，它对于人类智能的本质以及“从形象思维到抽象思维的过渡”机制的研究等具有巨大的意义。

(作者单位：天津大学自动化学院)

责任编辑：田立年

### 参 考 文 献

- [1] 《世界科学》，1982，1：47—49
- [2] R. Sperry，“分离大脑半球的一些结果”，张尧官等译，《世界科学》，1982，9：1—4
- [3] 钱学森：《关于思维科学》，上海人民出版社1986年版。
- [4] A. Watson, Why can't a computer be more like a brain? *Science*, 1997 (277): 1934—1936.
- [5] B. Cipra, Smart neurons offer neuroscience a math lesson, *Science*, 1997 (277): 929.
- [6] L. Stryer, Version: From photon to perception, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 1996 (93): 557—559.
- [7] 美国科学院著，国家自然科学基金委员会译，《科学前沿》，1993。
- [8] K. Kuratowski, A. Mostowski, *Set Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1976.
- [9] 王宪钩，《数理逻辑引论》，北京大学出版社1982年版。
- [10] G. J. Chaitin, Information-Theoretic complexity, *IEEE Trans. on IT*, 20, 11 (1974).
- [11] 张钹：“近十年人工智能的进展”，《模式识别与人工智能》，1995（增刊）：1—9。
- [12] 杨正瓴：“人脑有多复杂？”《百科知识》，1997，7：pp. 39—40。
- [13] 杨正瓴：“人脑复杂性的估计及其哲学意义”，见《中国新时期社会科学成果荟萃》，中国经济出版社1998年版。
- [14] M. Kline, *Mathematical Thoughts From Ancient to Modern*, Oxford University press, New York, 1972.
- [15] G. Gamow,《从一到无穷大》，暴永宁译，科学出版社1978年版。
- [16] J. V. Grabiner, Computers and the nature of man, *Bulletin (New Series) of the American Mathematical Society*, 1986 (15) 2: pp. 113—126.
- [17] 孟凯韬：《思维数学引论》，科学出版社1991年版。
- [18] M. H. Freedman, Limit, logic, and computation, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 1998 (95): 95—97.
- [19] U. Grenander, Geometries of knowledge, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 1997 (94): 783—789.
- [20] H. L. Dreyfus, *What Computers Can't Do?* Harper & Row, New York, 1972.
- [21] Roger Penrose, *The Emperor's New Mind*, Oxford University press, Oxford, 1990, 许明贤、吴忠超译，湖南科学技术出版社1996年版。
- [22] 《马克思恩格斯选集》第3卷。