

# 色散的引力透镜

Lei Qian

National Astronomical Observatory of China  
Beijing, 100012, China

February 26, 2010

在经典引力理论中，光在引力场中是没有色散的，不同颜色的光受到的引力偏折相同。因而点源在不同波段的引力透镜的像是重合的。但是如果考虑到量子效应，光子的质量不为零，那么光在引力场中也会有色散，引力透镜的像也会有色散。

假设光子有静质量 $m$ ，能量为 $E$ 的光子在质量为 $M$ 的点质量引力场中的偏转角 $\theta$ 满足（Accioly & Paszko 2004）

$$2 \left( \frac{GM}{b} \right)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{\left( 2 + \frac{m^2}{E^2 - m^2} \right) + \frac{8}{3} \left( 1 + \frac{m^2}{E^2 - m^2} \right) (1 - \cos \theta) \ln(1 - \cos \theta) - \frac{2}{3} (1 - \cos \theta)^2} \quad (1)$$

那么在小偏转角近似下，

$$\theta_E = \frac{\theta^2}{\left( 1 + \frac{m^2}{2(E^2 - m^2)} \right)^2 + \left( 1 + \frac{m^2}{E^2 - m^2} \right) \frac{\theta^2}{3} \ln \frac{\theta^2}{2}}, \quad (2)$$

其中 $\theta_E = 4GM/b$ ， $b$ 是瞄准距。如果 $E \gg m$ ，偏转角可以近似为

$$\theta = \theta_E \left( 1 + \frac{m^2}{2E^2} \right) \quad (3)$$

假设 $\Delta$ 是质量 $m$ 的光子的偏转角对质量为零的光子的偏转角的偏离的上限。那么可以得到

$$m \leq 2\pi\nu \sqrt{\frac{2\Delta}{\theta_E}}. \quad (4)$$

注意到上面的处理假设了  $E \gg m$ ，为满足这个条件，可以得到关于  $\Delta$  的以下判据

$$\frac{m}{\nu} \leq 2\pi \sqrt{\frac{2\Delta}{\theta_E}} \ll 1 \quad (5)$$

为了能用引力透镜的观测对光子质量给出限制，仪器的角分辨率应该远远小于引力透镜像与源之间的角距离。例如，如果在1GHz对引力透镜进行角分辨率1mas的观测，假设引力透镜像与源之间的角距离是 $1^\circ$ ，那么光子质量的上限为

$$m \leq 4.6 \times 10^{-42} \text{g}. \quad (6)$$

## References

- [1] Accioly, A. & Paszko, R. 2004 Phys. Rev. D, 69, 107501