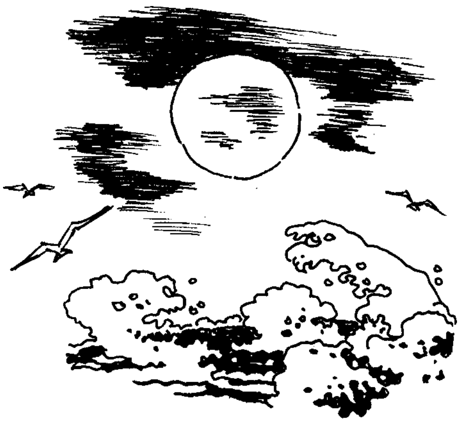

从金融海啸看百年来物理与金融的三次交汇

马金龙　马非特

我们已经进入了一个“统一的时代”。在这个时代，各个领域的界限被打破了，各种技术可以从一个领域应用到另外一个领域，并且事物在很大程度上变得越来越有交叉性。

——引自迈克尔·阿蒂亚的《二十世纪的数学》

2008 年由美国次级贷款引起的全球金融海啸，不仅使美国金融系统发生 “多米诺骨牌”效应，多家投资银行和商业银行相继倒闭，而且还在全球引发“蝴蝶效应”，像一个无底“黑洞”正在无情地吞食着人类的财富，谁还会在这场危机中倒下我们无从猜测。次级贷款是指还贷质量不好的贷款，是容易违约的贷款，其结构大致是这样的：美国房贷机构针对收入较低、信用记录较差的人群专门设计出的一种特别的房贷。精明的华尔街精英将这些次级贷款进行资产证券化，即将房贷变成一种可替代的、可转换的有价工具（债券），并且进行不断分级形成形形色色的债券池，打包重组成金融衍生产品向外出售，试图通过证券化过程将风险分散、转移。正是证券化（金融创新）刺激了次级贷款泛滥，次级贷款总共达 1 万多亿美元，而金融衍生产品的杠杆作用导致金融风险呈几何级数放大，仅美国政府承诺的救市资金总额已达 9.9 万亿美元。金融衍生产品估值是基于牛顿经典力学范式，由一些非常复杂的金融物理模型（连续线性模型）做出来的，建立次级贷款金融产品的依据就是假设美国的房产价格总是上升的，客观地说，建模者是深知其模型风险的严重性的，但为了牟取暴利，顾不得那么多了。又由于监管者水平落后，面对越来越复杂的金融衍生产品已无所适从，加上在关键环节又得不到有效的监管。在监管不到位的情况下，建模者却在最大限度地增进自身效用的同时做出不利于他人的行动，过度“玩火”导致失控，给投资者造成巨大的损失和灾难。更为严重的是，建模者（国际金融炒家）已经形成为金融利益集团。总之，这次金融海啸的深层原因应该是道德风险与监管缺失和滞后，是建模者的道德观念的失败；另一方面，这次金融海啸实际上也暴露出目前金融物理理论和方法的弱点，面对现实非线性金融市场复杂系统，这样的模型是不可能跟踪预测到金融危机爆发的临界点的，难以预防和抵御到金融市场的风险的。

这些金融物理模型多由现称为“宽客”（Quant）的华尔街火箭专家建立的。他们借用物理学的思维和手段对金融市场进行研究和开发，即将高能物理学和理论物理学对自然基本规律研究的成果和方法应用到金融市场领域，建立金融市场的定量规律和模型。一般来说，人们都承认应用走的往往是一条逆行之路，即一条规律首先是在自然科学如物理学中发现的，然后有可能的话再被用到社会科学中，确实有很多的社会科学的理论和概念，都是从自然科学借来的。由此，人们一般会认为金融学的发展本身也完全借用了物理学的理论和概念。

如金融经济学领域最有名、应用也最广泛的是期权定价理论（Black-Scholes 模型），那是从物理学的布朗运动借来的。这是统计力学的标准问题。但是，查阅金融发展史就会发现事实并非如此！实际上，有些金融研究出来的理论和概念也可为物理学所借用，这样在物理与金融之间发生了某种交汇作用，如从金融市场价格涨跌到布朗运动随机模型、从金融市场价格的分数布朗运动到分形几何。最新研究和实践证明，物理和金融还有再次交汇的可能。这也许会使很多在物理学方面训练有素的学者感到惊讶。

从金融市场价格涨跌到布朗运动随机模型

1900 年 3 月 29 日，法国的路易·巴舍里耶（Louis Bachelier）——现代混沌理论奠基人、大数学家和物理学家亨利·庞加莱（Henri Poincaré）的一位不得志的学生，在亨利·普万卡雷面前进行数

学博士论文答辩，题目为《投机理论》。论文提出了一个建立在物理学理念上的经济学模型，研究了巴黎证券交易的价格变化（波动）情况，将股票价格的涨跌（涨落）看作是一种随机运动，第一次给予布朗运动以严格的数学描述，这在当时的数学界是非常新颖和很不寻常的。尽管，普万卡雷对此予以了肯定，但遗憾的是，这一研究在当时并未怎么得到欣赏，一直未引起重视，直到半个世纪后人们才发现巴舍里耶的工作的重要性，从而开创了理论金融经济学新时代。巴舍里耶，在金融思想史上，第一个提出通过概率论规律，即德国数学家卡尔·弗里德里希·高斯的正态分布（Normal distribution）来正式建立股票行情变化的模型（图 1）。巴舍里耶认为金融市场中有买有卖，买者看涨卖者看跌，所以价格波动是布朗运动，其统计分布是正态分布，方差是稳定的，将对金融市场的观念从可预测性转向了多变性。从而给出了一个描述价格不确定性的公式，其中价格变化ΔS 作为时间跨度 t 的函数：

$$\Delta S=\sigma t^{1/2}, \qquad (1)$$

系数 σ 现在被称作是价格的波动率。对于以年为单位计量的时间 t，股票市场以令人吃惊的精确性遵守这个公式，这被看成是对巴舍利耶最初假设的证实。

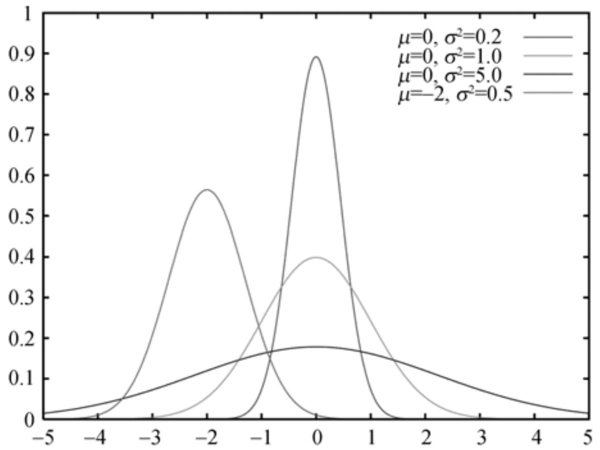

图 1　正态分布（引自《维基百科》）

当你看到这个不确定性的公式后，是不是觉得很熟悉呢？是的，有点像布朗运动公式。布朗运动是为了纪念第一个在显微镜下观察水中的花粉（胶体粒子）随机运动现象的苏格兰植物学家罗伯特·布朗而命名。后来，爱因斯坦对这种“无规则运动”作了物理分析，证实粒子的扩散实质是由于布朗运动产生的位移，大多数微粒发生碰撞是不均衡的，在媒质中的迁移过程就是扩散过程。这种微粒被称作是布朗粒子。1905 年爱因斯坦就胶体粒子的统计规律发表了一篇开创性的论文，第一次明确解释了这种现象，给出了令人真正信服的结果，并推导了微粒坐标的漂移 ΔX 关于时间 t 的函数关系式：

$$\Delta X=Dt^{1/2}, \qquad (2)$$

上式中的 D 就是所谓的扩散系数。布朗粒子运动方程研究不仅成为了分子运动论和统计力学发展的转折点，而且也使爱因斯坦成为布朗运动的动力论的先驱。

比较公式（1）和（2），令我们吃惊的是这两个公式的相似性！通过观察，这两个公式的数学原理是类似的，虽然不完全一样。而这样的公式最初是用于分析股票市场，这比用于物理学要早 5 年！即巴舍里耶通过自己掌握的工具（正态分布）来实现这一步骤，有意思的是看他怎样通过将高斯的概率定律运用到股市变化上，不仅点燃金融理论之火，而且还为五年以后爱因斯坦的发现奠定了科学基础，即布朗运动。布朗运动代表了一种随机涨落现象。布朗运动理论开启了数理科学描述自然界的随机运动的范式，在许多领域有重要应用，物理学家从布朗运动里发现了很多东西，打开了非平衡统计物理的大门；经济学家则基于布朗运动建立了完整的金融经济学理论体系。这可谓是物理和金融的发展轨迹第一次交汇。

从数学上讲，确定金融资产的价格变化难道就真的服从正态分布吗？20 世纪 50 年代，有学者研究发现股票价格变化，并不遵循布朗运动，分布曲线不服从正态分布，呈扣钟形（图 1）；而是遵循更为一般的分数布朗运动，分布曲线服从对数正态分布，呈粗头长尾（重尾）形（图 2）。分数布朗运动（Fractional Brownian motion）是数学领域的叫法，在不同的文献中，分数布朗运动被赋予不同的名称，如分形布朗运动（Fractional Brownian motion）、有偏的随机游走（Biased random walk）、分形时间序列（Fractional time serial）、分形维纳过程（Fractional Wiener process）等。这就引发了物理和金融的发展轨迹的第二次交汇。

从金融市场价格的分数布朗运动到分形几何

世界是非线性的，分形无所不在，无论在自然领域还是社会领域。然而，分形的发现和思想形成

也是源自于人类活动的金融领域。美籍法国数学家伯努瓦·曼德布罗特（Benoit Mandelbrot）虽然是数学家，但在数学界没有得到应有的尊敬。他曾活跃在经济、物理、化学、医学、通信等领域，最后他跨学科地创造性地归纳总结了描述复杂形状的分形（Fractals），并将分形理论引进物理领域而著名。

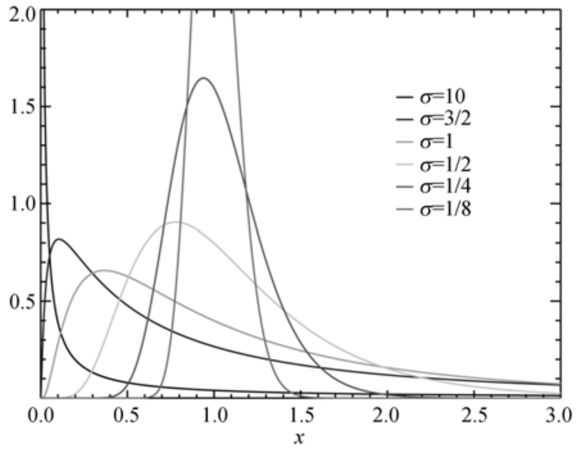

图 2　对数正态分布（引自《维基百科》）

曼德布罗特在开始研究物理及别的学科时，首先曾对金融发生过兴趣。他于 20 世纪五六十年代就注意到金融建模中所采用的概率假设（在实践中，用的是正态分布），并不能有效地表示真实的市场表象。现实并不与市场只会有中等的变化的高斯正态分布假设相符。实际上除了起伏很大的情况，市场总是很平静的，中等规模的股市交易行情变化很少存在，一般来说，要不就是小变化，要不就是在意想不到之时突然出现的大变动（在经验论式的分配中这被称作“重尾”），即便是中等规模的涨盘或跌盘，也都会表现出与高斯分布的明显偏离。为了分析结构十分集中而又极不平衡的实际情况，曼德布罗特对 Zipf 定律（如果把单词出现的频率按由大到小的顺序排列，则每个单词出现的频率与它的名次的常数次幂存在简单的反比关系）进行了修订，增加了几个参数，并将这些帕累托（Pareto）的数目与一组被称作保尔·列维稳定分布（Lévy-stable distribution）的概率规律衔接起来，使其更符合实际的情形。

在 1962~1963 年，曼德布罗特将这一想法应用于金融市场上，因为稳定规律的帕累托分布线能延伸得很长，所以很适合于金融市场的实际现象。他验证了可以用列维分布来调整一个世纪所观察到的棉花的价格变化的分布，并提出用列维稳定分布来拟合收益率分布。说明同一概率规律既控制着日常的市场变化，又控制着年度的市场变化。他把 1900 年以来棉花价格的数据通过计算机处理，确实找到了他所追求的惊人的结果。那些从正态的误差分布观点看来产生偏离的数，从尺度观点看却发现了对称。每一天的价格变化曲线与每一个月的价格变化曲线完全匹配。虽然其间经历了两次世界大战和一次经济大萧条，但在 60 年的周期里，竟然有价格的变异度不变的基本规律。在极为无序的大量数据的内部，竟然存在着如此出人预料的序，完全具有任意性的数据竟然被一条规律所支配，这个尺度问题看来具有自己的生命（图 3）。这促使曼德尔布罗特从对实际现象的研究转向探索尺度现象，并将对大自然过程里不规整花样和无穷复杂形象的探索最终汇流到一个交结点上，这就是自然事物的“自相似”这个特性。大自然在所有标度上同时起作用。自然界的许多事物在其内部的各个层次上都具有自相似的结构，在一个结构内部还有更小的同样的结构。类似于俄罗斯娃娃，大小变化了，模样不变（图 4），或类似于蕨类植物，每个枝杈都在外形上和整体相同，仅仅在尺寸上小了一些。而枝杈的枝杈也和整体相同，只是变得更加小了（图 5）。这实际上是大尺度与小尺度之间的对称，属于静态（空间）分形结构。曼德布罗特研究金融市场的结果表明，价格的运动是平稳的随机过程，方差是不稳定的，不同时间尺度的分布曲线是自相似的，其统计特性可以用一类列维稳定分布（又称帕累托-列维分布（Pareto-Lévy distribution）或分形分布（Fractal distribution））来描述，从而彻底颠覆了布朗运动随机模型，改变了金融界一向假设的概率分布曲线是正态分布的观点。大量经验证据表明，被测度的现实数据较分数布朗运动具有重尾特征；价格变化的二阶矩具有时间波动特征。这种市场分形的特点是在不同时间尺度上的随自相似，即是在时间坐标上系统的运转或者说系统的动态行为是分形的（图 3），属于动态（时间）分形结构。由此可见，分形几何模型（分数布朗运动模型）具有自相似性（任何一个片段都包含了整个分形的信息）、非平稳性两个重要性质，是许多自然现象（如海岸线、云彩、山脉、花草树木和湍流等）和社会现象（价格变化、信号涨落、竞争、淘汰、人生等）的内在特性。

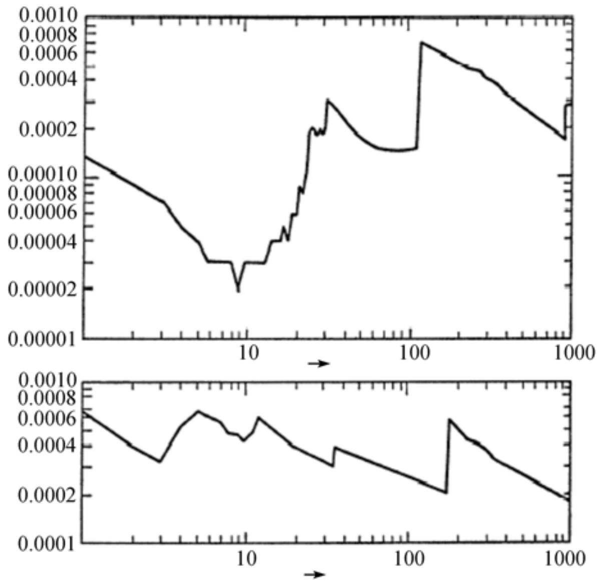

图 3　两图为棉花价格变化的秒时序列样本。两曲线呈现“自相似”。横轴为一天时间，为两个不同的日子：上图为 1900 年 9 月 21 日；下图为 1900 年 8 月 1 日。纵轴为函数值

图 4　俄罗斯娃娃“自相似”

图 5　蕨类植物“自相似”

以上事实说明，20 世纪 60 年代初曼德布罗特就已经推断出金融市场随时间的起伏变化带有分形性质。1973 年，他提出了分形几何学的整体思想，分形理论借助定量参数分维数来描述系统的分形特征，揭示隐藏在复杂现象背后的规律，以及局部与整体之间的本质联系，此外，还使奇异吸引子具有分数维，推进了混沌理论的研究。事实上，自然界的现象通常都发生在某种特征标度上，如特征长度、特征时间等特征尺度上。从物理上看，分形是一种具有自相似特性的现象或物理过程，已经成为研究许多物理现象的有力工具，不仅可以作为研究不规则过程和形式的一个定量特征参数，或作为描述混沌运动的一种几何语言，而且，还可以帮助我们在描述和理解大自然和社会领域的复杂性和多样性背后的机制。在这可谓是金融和物理的发展轨迹第二次交汇。

目前正在爆发着的金融海啸，再次证实现实中金融市场是一个演化着的复杂系统，在反馈机制下存在相互作用。在金融市场价格随机波动过程中，许多非线性动力问题均被忽视而隐藏于公式（1）和（2）所设的系数（σ 和 D）之中，显然，布朗运动随机模型不能真正认识现实金融市场的根本结构。而分形几何模型尽管给出了混沌吸引子等普适性规律，得出了现实金融市场不是完全随机的结论，但尚未解释金融市场价格波动（涨落或涨跌）的动力学机制。这两个模型只是纯粹描述性的，均不能给出非线性金融市场的解。迄今，描述特定系统中，金融市场的相互作用的非线性方程组的求解至今仍是一个难题，这是因为我们拥有的对非线性方程的求解手段还是十分贫乏的，几乎还没有什么普遍有效的办法去应付任何非线性问题。因此，非线性复杂系统问题的求解，已成为发展自然科学另一方面的重要而紧迫的任务。显然，研究和探索非线性金融市场复杂系统应上升到一个新的层面。

为此，我们大胆地猜想并提出这样的命题，在 21 世纪，物理和金融的发展轨迹能否第三次交汇在一起？金融市场是否有可能成为物理学的新的生长点呢？

（马金龙，中国科学院广州地球化学研究所 510640；马非特， 长沙非线性特别动力工作室 410013）

本文获“我心目中的现代物理”征文三等奖。原文共四部分。根据本刊审稿人的意见，作者同意仅刊登前两部分。感兴趣的读者可以直接与作者联系。