

## 小波函数反馈法控制束晕 - 混沌\*

方锦清<sup>①</sup> 高远<sup>②</sup> 翁甲强<sup>②</sup>陈关荣<sup>③</sup> 罗晓曙<sup>②</sup>

① 中国原子能科学研究院,北京 102413

② 广西师范大学物理与电子科学系,桂林 541004

③ 美国休斯顿大学电子与计算机工程系,Houston, TX77204 - 4793, 美国

\* 国家自然科学基金资助项目(批准号:19875080及70071047)

关键词 强流质子束 小波反馈控制法 束晕与混沌

强流加速器中的束晕 - 混沌现象是强流离子束重要应用中极其关键的问题之一<sup>[1-3]</sup>,不仅必须深入研究这类束晕 - 混沌的特性及其产生的物理机制,而且更需要研究对束晕 - 混沌的控制方法.从混沌控制的策略出发,我们已探讨了束晕 - 混沌产生的某些物理机制<sup>[1]</sup>,并提出了非线性反馈控制方法<sup>[2,3]</sup>,实现了对束晕 - 混沌的抑制和初步控制.本文在[2,3]的基础上,进一步提出了小波函数反馈控制法,实现了对束晕 - 混沌的更有效的控制.

我们已对一束具有圆形的质子束在直线加速器回旋管产生的周期性聚焦磁场通道中的运动作过定性分析<sup>[2,3]</sup>.理论分析表明:应用线性控制器是不能达到控制束晕 - 混沌的.而只有应用非线性控制方法才有可能实现对束晕 - 混沌的控制.以前已经运用的非线性控制器与  $r_b$ 、 $r_b^2$  和  $\sin(r_b)$  有关,这里  $r_b$  是束半径.从理论上阐明了利用非线性反馈函数进行束晕 - 混沌控制的必要性和可能性,为设计各种非线性反馈控制器提供了定性的理论依据.

现在,我们提出的一种新的非线性控制器,利用小波函数  $\exp[-(x-b)(x-b)/a]$  的二阶导数形式

$$f_{a,b} = -\frac{2}{a} \left[ 1 - \frac{2}{a}(x-b)^2 \right] \exp[-(x-b)^2/a]$$

上式中,参数  $b$  的选择只改变变量  $t$  的中心,使波形平移;而参数  $a$  的选择改变波形的伸缩程度.波形随  $a$  的变化规律是:随  $a$  的减小,波形也相应地压缩;当  $a$  增大时,波形也相应地扩大延伸.

我们选取小波函数作为控制器的主要思想和依据是基于(1)它具有强的非线性;(2)它具有良好的局域特征,它的波形随变量  $|x|$  的增大而迅速减少.针对束晕 - 混沌控制,当考虑  $b=0$  时,我们构造了小波函数反馈控制器形式如下:

$$G = gu = g[f_{a,b}(r_{mm}) - f_{a,b}(a_m)]$$

其中  $g$  为增益因子.对于  $b=0$ ,则有

$$f_{a,b}(r_{mm}) = \frac{2}{a} \left[ 1 - \frac{2}{a}(r_{mm}^2) \right] \exp\left(-\frac{r_{mm}^2}{a}\right)$$

$$f_{a,b}(a_m) = \frac{2}{a} \left[ 1 - \frac{2}{a}a_m^2 \right] \exp\left(-\frac{a_m^2}{a}\right)$$

这里  $r_{mm}$  是粒子的均方根半径,它作为构造控制函数的反馈变量; $a_m$  是束匹配半径,它可作为束晕 - 混沌的控制目标.当  $r_{mm} \rightarrow a_m$  时,  $gu \rightarrow 0$ ,达到控制目的,这时反馈信号将趋于零.我们之所以选择  $r_{mm}$  作为函数的反馈变量,定性理论的根据在于:(1) $r_{mm}$  是束粒子半径的统计平均宏观量,无论系统受控与否,与粒子的最大半径  $r_{max}$  的剧烈振荡相比, $r_{mm}$  的变化要平稳得多.要使大量粒子的横向半径控制限制在某个稳定的范围内,首先要使粒子的统计平均量  $r_{mm}$  趋于一个稳定的变化状态(或近似稳定的状态),这有利于整个控制过程.(2) $r_{mm}$  能够从统计意义上反映某一时刻、空间位置上大量粒子之间的空间统计关联情况.(3)束晕 - 混沌本身就是一种非线性极强的时空混沌,对外界干扰(包括不匹配因子、杂磁干扰等等)极为敏感.所以用一个对外界变化振动幅度不大的  $r_{mm}$  (具有较强的抗干扰性)去控制束晕 - 混沌,这样可以降低受控系统对外界的敏感程度,从而提高受控系统的稳定性.

我们的数值模拟表明:只要适当选择控制的空间间隔周期、增益因子  $g$  和控制器中的参数  $a$ ,就能很好地抑制和控制束晕 - 混沌.我们研究了三种不同的初始质子分布函数的情形,并设计好以下三种含小波函数的反馈控制器,对质子在周期性聚焦磁场中每周期通道内的运动进行连续控制.

(1) 对于初始质子具有  $3-\sigma$  高斯分布函数的情形小波反馈函数控制器为

$$G = gu = -9.5 \left[ (1 - r_{mm}^2) \exp(-0.5r_{mm}^2) - (1 - a_m^2) \exp(-0.5a_m^2) \right] \quad (1)$$

(2) 对于初始质子具有完全高斯分布函数的情形取  $g=9.5$ ,  $a=0.7$ ,这时小波反馈函数控制器为

$$G = gu = -9.5 \times \frac{2}{0.7} \left[ (1 - \frac{2}{0.7}r_{mm}^2) \exp(-\frac{1}{0.7}r_{mm}^2) - (1 - \frac{2}{0.7}a_m^2) \exp(-\frac{1}{0.7}a_m^2) \right] \quad (2)$$

(3) 对于初始质子具有  $kv$  分布函数情形

取  $g=9.5$ ,  $a=2.8$ ,这时小波反馈函数控制器为:

$$G = gu = -9.5 \times \frac{2}{2.8} \left[ (1 - \frac{2}{2.8}r_{mm}^2) \exp(-\frac{2}{2.8}r_{mm}^2) - (1 - \frac{2}{2.8}a_m^2) \exp(-\frac{1}{2.8}a_m^2) \right] \quad (3)$$

以上三种小波反馈函数控制器有效地实现了对在周期性聚焦磁场中质子束的束晕 - 混沌的控制.在模拟中采用 50 000 粒子,主要的参数:  $\eta=0.8$ ,失匹配因子  $M=2$ ,  $\sigma_0=115$ ,于是算得束匹配半径  $a_m=0.7891642$  及导流系数  $k=0.9032079$ .

作为束晕 - 混沌控制效果的一种定量测度是束晕强度因子  $H^{[2,3]}$ ,它定义为在束包络半径  $r_b=1.75r_b(0)$  以外的粒子数目与参与模拟的所有粒子之比,  $H$  越小,控制效果越好;

反之则越差.应用上述三种小波反馈控制器,已经十分有效地减小束晕强度因子  $H$ .例如,分别应用(1)~(3)控制器,在经过1000周期后,由原来的无控时  $H=0.19, 0.31, 0.298$ ,控制后都被分别减至  $H=0.00$ ,几乎达到完全控制了束晕-混沌.对于初始质子具有  $3-\sigma$  高斯分布函数情形,小波反馈控制器式(1)控制前后的结果比较知道,它们的相图面积在磁聚焦通道周期数  $P=300$  和  $P=1200$  处,控制前后分别被压缩了九到十余倍之多,这时总体上质子相图分布与初始质子

分布几乎一样,达到了令人满意的控制结果.

从应用式(2)的小波反馈控制器控制前后粒子的均方根半径  $r_{rms}$  随时间演化的比较,如图1所示:控制前,均方根半径  $r_{rms}$  有明显的较大幅度的振荡,而控制后,  $r_{rms}$  则趋于平缓的小幅度波动,从控制前最大振幅度约为1.0,经控制后最大振幅度被减到约为0.35,即被减至原来的  $7/20$ ,而平均振幅则被减至原来的  $1/3$ .从质子横向能量看,控制后可以被减至原来的  $1/4$ .

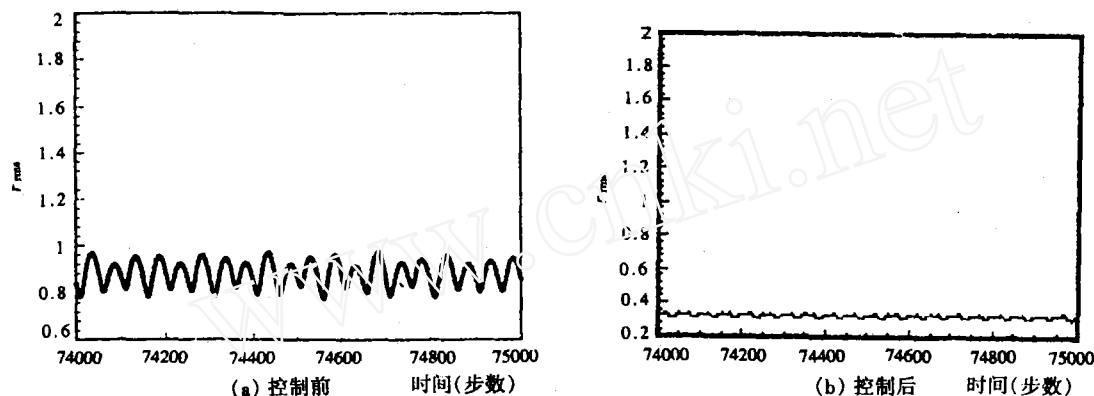


图1 应用式(2)的控制器控制前后粒子的均方根半径  $r_{rms}$  随时间演化的比较

从上可见:本文提出的构造小波函数的反馈控制方法,对束晕-混沌的控制是相当有效的,有可能推广到复杂时空混沌的控制.更详细的结果将另行发表.

(2000年8月31日收到)

- 1 方锦清.强流加速器驱动的洁净核能系统中的一个关键问题.自然杂志,2000;2:63-69
- 2 方锦清,陈关荣,周刘来等.强流质子束在周期聚焦通道中束晕-混沌运动的物理机制及其非线性控制策略.自然科学进展,(待发表),2000
- 3 方锦清,陈关荣.强激光与粒子束非线性反馈控制.强流加速器中的束晕-混沌现象,2000;5:647-651

#### Controlling Beam Halo-Chaos Using Wavelet Function Feedback Control Method

Fang Jin-qing<sup>①</sup>, Gao Yuan<sup>②</sup>, Weng Jia-qiang<sup>②</sup>,  
Chen Guang-rong<sup>③</sup>, Luo Xiao-shu<sup>②</sup>

① China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413; ② Department of Physics and Electronic Science, Guangxi Normal University, Guilin 541004;  
③ Department of Electrical and Computer Engineering, University of Houston, Houston Texas 77204-4793, USA

**Key words** high intensity proton beam, wavelet function feedback, beam halo-chaos

### 征 订 启 事

《自然杂志》2001年仍以邮发方式向全国各地征订、发行,代号4-226.现已开始征订,请各地读者至当地邮局订阅.如错过邮局订阅时间,可直接向我刊“读者服务部”联系订阅.凡欲购1995~2000年各期《自然杂志》的读者,亦请参照下述价目,径汇款至我刊“读者服务部”,收款即寄(附收据).

《自然杂志》1995~2001年度定价和邮费(含包装费)为:

1995年 每本 3.00元 平邮 0.50元 合计 3.50元  
1996~2000年 每本 5.50元 平邮 0.50元 合计 6.00元

挂号每本另加0.60元;上海市邮费免收.

《自然杂志》读者服务部

通信地址: 上海市延长路149号 上海大学112信箱(200072)

电话: (上海)021-56331340 传真: 021-56333024-(自然杂志)