环境噪声的影响及其意义

方锦清 （中国原子能科学研究院）

提起“环境噪声”，人们一般都联想到城市环境中的嘈杂声音．在现代科学中，“噪声”则是一个更广泛的概念，并且是正在兴起的非线性科学的重要课题之一．

一、普遍存在的噪声影响及其种类

从科学意义上讲，噪声是一种随机性的无规的扰动，或是一种涨落作用．当它来自系统的外部环境时，则称为环境噪声．它们可以是随机力、外部控制的各种参数的涨落和信号的扰动，并以各种不同方式普遍作用于所有与环境相联系的宏观系统．

最引人注目的是，环境噪声与系统中的非平衡条件、非线性因素的相互作用，使宏观系统的行为发生了预料不到的惊人变化．例如，在环境噪声作用下，系统从原来的紊乱无序状态转变到规则的有序状态，或者从有序状态转变到混沌状态．混沌状态并非无序，而是一种非周期的新型有序状态，是一种高级形态的结构，其内部具有无穷的自相似结构和非整数维数的几何特征．系统还可以在不同的环境噪声影响下，在无序、有序、混沌等各种状态之间互相转变．物理上，系统的宏观态通常用“相”表示．把一个相转变到另一个相的现象，称为相变．在平衡条件和非平衡条件下各自产生的相变，分别称为平衡相变和非平衡相变．因而由环境噪声引起的系统在非平衡条件下发生的宏观状态的转变现象，称为噪声感应非平衡相变．在物理学的众多领域中，已发现这类非平衡相变的普遍性质．例如，对激光、流体力学、等离子体、非线性电路、非线性光学、凝聚态物理（如固体物理、丝状液晶）、超导、超流等，都从实验和理论上发现了它们的转变性质的惊人相似性．因此，在当今国际上正在崛起的“非线性科学”中，研究随机噪声对非线性系统的影响及产生这些影响的机制，已成为非线性、非平衡研究的一个热门课题．

噪声如此普遍，影响又如此深刻，那末它们究竟有哪些类型？从统计性质上讲，噪声可分为白噪声和有色噪声．白噪声的特点是其相关函数经傅里叶变换所得的谱密度与频率完全无关，与随机过程的历史也无关，即马尔科夫过程．有色噪声的谱密度则与频率有关，且可以是非马尔科夫过程．有色噪声有连续型、脉冲型、附加型、多重型等．实际上物理系统中的环境涨落从来就不是真正的白噪声，而几乎都是有色噪声，且有些还敏感地依赖于系统组元或子系统之间的相互作用程度，即关联程度．由于白噪声服从高斯分布及马尔科夫过程，数学上易于处理，因此对白噪声影响的研究，已有较好的统一的理论框架．但是，对有色噪声迄今尚无满意的统一的理论框架．从目前的实验和数值模拟计算发现，有色噪声不仅具有白噪声影响的类似性质，而且有色噪声的研究可以将白噪声包括在内，更具普遍性，因而有色噪声的研究是非线性科学研究中的一个重点课题．

二、恒定环境与复杂性现象

笔者已在《复杂性现象的研究》一文[1]中，

详细地评述了迄今在探索复杂性中所取得的两大方面进展：一是非平衡态自组织理论及其广泛应用；二是现代非线性动力学理论及其发展，特别是混沌动力学的进展．现在我们想指出一点：以前的讨论主要限于在恒定的环境下所产生的复杂性现象，例如非平衡态自组织理论中的“耗散结构”和“协同学”等，通常是研究宏观开放系统在一定的非平衡约束条件下，由于系统与环境之间的物质及能量的交换而产生的一种时间的，或时-空的，或功能的有序结构．应当注意到，一定的非平衡约束条件就是指恒定的环境，也就是说，我们是在环境噪声为零的情况下讨论非线性、非平衡系统中的复杂性现象的．

本文关心的则是，在涨落的环境中，即在环境噪声的作用下，“复杂性现象”又发生了什么变化．由于环境随机噪声，系统中的非线性、非平衡因素之间的相互作用变得更加复杂，从而产生了一些新特点和新规律，如上面所述的噪声感应非平衡相变等．无疑，描述在恒定环境中的复杂性现象的所有概念几乎都可应用于在涨落环境中的复杂性现象的研究．例如，分岔的概念和理论、系统不稳定概念和理论、非平衡相变和对称破缺、通向混沌的道路和判别、突变理论等，都可以拓广到噪声影响的研究中．

当今对复杂性现象的探索，事实上可以归到“非线性科学”的总名下．非线性科学乃是一门新兴的揭示非线性、非平衡系统性质的交叉科学，也是一门具有广泛综合性的基础科学，其研究内容之广，涉及方面之多，是无与伦比的．它正处在迅速发展之中，与各子学科的非线性研究密切相关．环境噪声对复杂性的影响，正是这门学科的重要的前沿研究课题之一．

三、环境噪声与复杂性现象

我们从比较简单的情形开始讨论，以示研究方法和重要结果．为此，假设系统具有下列性质：（1）空间是均匀的；（2）研究的是宏观系统，即可略去内部涨落的影响；（3）可用单变量描述系统的宏观状态．于是，我们可以用下列方程来描述系统的演化：

$$\frac{\partial X(t)}{\partial t}=f(X,\ \lambda)=h(X)+\lambda g(X),\qquad(1)$$

这里参数 λ 描述环境与系统之间的耦合和影响，它是系统的分岔参数．为了模拟外部环境涨落，需用随机过程 λ_t 来取代 λ．对于随机涨落环境，外部参量是一个随机过程，即在给定时刻系统的状态是一个随机变量．这时系统状态不能只用一个简单的参数来描述，而是要用一个随机概率分布函数来表征．这就是恒定环境与涨落环境在数学上的根本区别，前者是确定论的微分方程，后者则是随机微分方程．

为了进一步模拟环境噪声，我们对环境提出下列假设．

（1）从统计平均意义上来说，环境是稳恒的，即 λ_t 的统计平均仍为 λ，且 λ_t 的关联函数是与关联时间 τ_c 有关的常数．关于稳恒环境的假设是为了把环境系统的演化所产生的效应与噪声影响分开．这种近似满足一定的实际情况．这时，外部环境噪声可写成

$$\lambda_t=\lambda+Z_t,\qquad(2)$$

其中 Z_t 是平均值为零的随机过程．

（2）假设 Z_t 为高斯分布，以便于数学处理．

（3）假设 Z_t 是马尔科夫过程．我们只考察系统处于宏观时间尺度上的演化特性，并假设系统随时间的演化是光滑的．

上述假设唯一地规定了环境噪声过程，于是已可通过方程（1）来研究环境噪声的影响了．

以 λ_t 代替 λ 后的方程（1）变成了随机微分方程．从对环境的假设（2）、（3）可知，环境噪声属于白噪声．对白噪声影响已经研究得比较多，也比较清楚．

我们来考察一个遗传模型[2]．假设：（1）单倍体总数（密度）为恒定；（2）两个对立形质 A 和 a 为了争夺一个特殊基因而竞争．令 X 和 $1-X$ 分别为总数中的对立形质 A 和 a 的等

位基因的频率．假设存在这两个对立形质和自然选择之间的转变机制，当两种转变率相等和环境噪声为零时，X的动力学方程为

$$\frac{dX}{dt}=0.5-X+\lambda X(1-X), \qquad (3)$$

其中λ为选择系数．这个方程有意义的稳恒解为

$$\overline{X}=\frac{\lambda-1+\sqrt{1+\lambda^2}}{2\lambda}. \qquad (4)$$

这表明，在确定论的条件下，对应λ的每个值都有一个唯一的稳态，且总是稳定的．因此在无噪声条件下遗传模型(3)不发生任何性质的转变，说明良态对立形质可以适应特定的环境．但如果存在单倍体总数的涨落环境，则情况大不相同．有人研究了与遗传模型(3)等价的下列化学反应(由此可得到相同的方程(3))[3]：

$$\begin{aligned}&A+X+Y\rightleftharpoons 2Y+A^*,\\&B+X+Y\rightleftharpoons 2X+B^*.\end{aligned} \qquad (5)$$

对于环境涨落的情形，参数λ变成了一个随机量．类似地，化学反应(5)中A和B的浓度发生涨落时，λ必须由随机过程来代替．在白噪声作用下，方程(3)可以写成等价的福克-普朗克方程(随机过程的几率密度所满足的方程)．判断系统是否发生性质上的转变，在数学上最方便的方法是求出在稳恒态下几率密度分布方程是否存在多个极值．这样，可以发现与遗传模型相应的稳态几率密度有以下极值方程：

$$\begin{aligned}&0.5-X_m+\lambda X_m(1-X_m)\\&-\frac{\sigma^2}{2}X_m(1-X_m)(1-2X_m)=0.\end{aligned} \qquad (6)$$

对于确定论情形，稳态解为$\overline{X}=0.5$；但是，对于环境噪声情形，从方程(6)可得下列解：

$$\begin{aligned}&X_{m0}=0.5;\\&X_{m\pm}=\left(1\pm\sqrt{1-\frac{4}{\sigma^2}}\right)\Big/2,\\&\qquad\sigma^2\geqslant\sigma_c^2=4.\end{aligned} \qquad (7)$$

对于具有白噪声的系统，噪声感应的临界点为$\lambda_c=0$，$\sigma_4^2=4$，$X_c=0.5$．图1、图2分别表示出了白噪声所引起的遗传模型中的转变现象，以及在电报脉冲噪声作用下遗传模型中的Δ-γ相图．

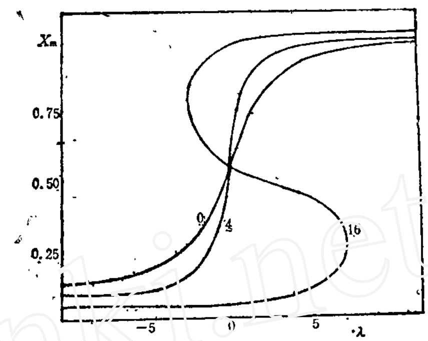


图1 白噪声所引起的遗传模型中的转变现象

X_m为(7)式所给出的几率密度分布，当$\sigma^2>4$时，极值出现滞后回路。

当$\sigma^2<4$时，稳恒几率分布在$X_{m0}=0.5$处只存在一个极值(只有单峰)；在$\sigma^2=4$处，$X_{m\pm}$有三重根(一个极小，两个最大)，单峰变成了双峰；对于$\sigma^2>4$，稳恒几率分布变成双驼峰．这表明随着σ^2的变化，出现双稳态行为和尖顶突变情况．这是在确定论的条件下所没有的复杂性转变，因而为遗传问题受环境噪声的影响提供了重要信息，其中电报脉冲噪声的影响更为复杂多样，与脉冲大小和出现频率密切相关．

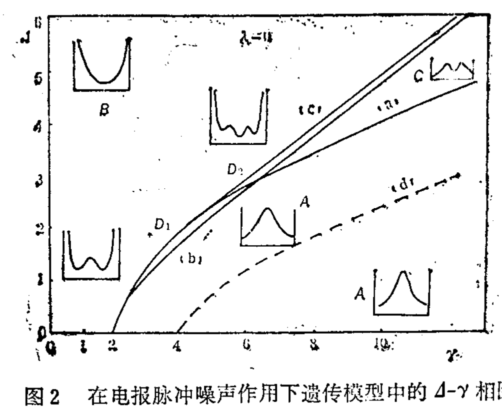


图2 在电报脉冲噪声作用下遗传模型中的Δ-γ相图

在**A**区域，稳态几率$\overline{P}(X)$有一个唯一的极大值，相切于边界上．当越过虚线(d)时，$\overline{P}(X)$在边界附近的行为发生变化，但最大值仍然是唯一的．在(a)线上单峰分裂为两个峰，因而在**C**区和$\mathbf{D_2}$区观测到双峰几率密度．转变线(b)在边界上标志$\overline{P}(X)$出现发散，而(c)所对应的最大值消失了．

Δ为电报脉冲幅度大小(正、负对称情形)，γ为与电报正、负脉冲出现的频率有关的参数．

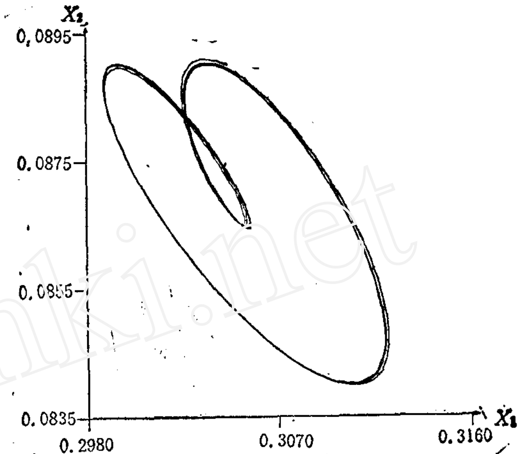
在生命科学中对许多课题都在开展类似的研究[4]，例如细胞动力学、心脏动力学、神经网络系统、动脉血液动力学等．生命系统均为开放系统，都与外部环境涨落密切相关，例如在肿瘤生长机制的研究中，发现环境噪声导致双稳态现象，从而提供了分辨肿瘤态和良态之间转变的条件．环境涨落是生理变化的重要来源，人们在吃饭、运动和休息时，血糖水平、胰岛素水平和其他代表体内生理平衡的各种量均不一样．一旦环境涨落导致体内平衡破坏，就可能导致复杂性现象，疾病就可能发生．研究这些生理的变化和转变，可以从超分子水平上理解环境噪声对生命现象的影响，从而提供有用的信息、解疑的线索和可能的途径．

为了研究复杂性现象（自组织）的微观机理，我们曾研究了下列在恒温强搅拌反应器中的反应模型：

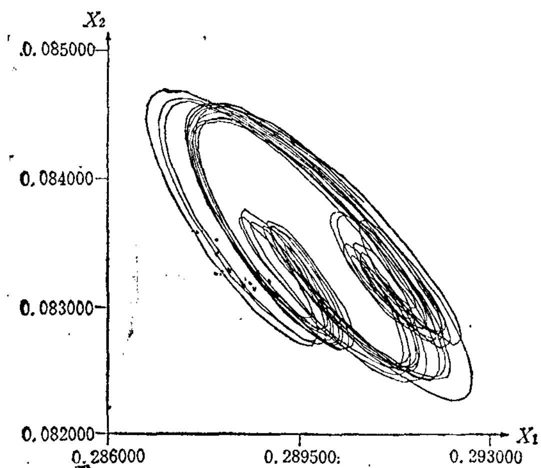
$$
\begin{aligned}
&U+W \longrightarrow W+V+\text{feed},\\
&V+V \rightleftharpoons W+\text{feed},\\
&V \longrightarrow \text{引出}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

上述模型对于一定的参量范围，在确定论的条件下，具有单个极限环，即周期振荡，并且 U、V 和 W 3 种成分具有相同的振荡周期．模型还包含丰富的分岔现象．我们研究了模型(8)在连续有色噪声（所谓 Ornstein-Uhlenbeck 过程）作用下极限环特性的转变现象，发现在一定噪声强度下，关联时间的变化可以导致从原来的单个极限环向多个极限环转变（如图 3 所示）．

上面我们主要讨论了外部环境噪声对连续动力学方程的影响，这是迄今所研究的一大类问题．另一大类问题则是噪声对离散的非线性动力学的影响，即噪声映像问题．后者相对于前者，微分方程变成了差分方程，求解稍为容易一些，因此人们也常常通过一定的简化条件，将前者变换为后者来研究，所得到的结果是等价的．对于离散动力学的研究，与确定论不同的是，离散方程或差分方程的右边增加了一个噪声源，类型与上述类似．



(a)



(b)

图 3　模型(8)在有色噪声作用下的转变现象
X_1、X_2 分别为 U、V 浓度经标度后的变量．
(a) $\tau_c=50$，出现双极限环；
(b) $\tau_c=850$，出现 3 个极限环，其余参数相同．

我们把对噪声效应的主要研究结果概括如下[3,5~7]．

(1)环境噪声能够引起各种转变现象，其主要表现为：导致原来的分岔参数的临界点发生移动，引起新的不稳定性；导致从固定点向极限环转变；导致不同极限环之间的相互转变；导致许多新的分岔及临界点，产生新态，等等．例如，在液氦中外部噪声引起超流-湍流转变．

(2)环境噪声可以改变通向混沌的道路，例如环境噪声使得噪声映像中高周期窗口消

失，分岔序列的分岔点变得模糊，从而使倍周期通向混沌的道路被截断，加速通向混沌等等.噪声同样影响从准周期通向混沌和阵发混沌.

（3）已经研究并正在进一步开展用低维离散动力学代替高维的复杂的动力学系统，除出现与上述类似的结果外，还出现了更为复杂的转变现象.

（4）环境噪声引起各种转变的机制是多种的，迄今尚未穷尽. 目前已知的机制有极限环破缺机制、类似阵发混沌中的正切分岔机制、流域边界移动机制和后门机制等等[5~7].

四、噪声研究之最——有色噪声效应

目前，噪声研究中最重要最困难的和最接近实际的课题，就是有色噪声效应. 其研究的主要难度在于：有色噪声的统计性质属于非高斯分布和非马尔科夫过程，或至少两者兼一，并涉及到从很小到很大的时间关联问题. 这些困难，加上各种具体问题的多样性和复杂性，使得我们面临尚未解决的偏微分随机方程及高维随机理论等一系列问题，甚至有色噪声影响的实验研究和数据分析处理也存在不少困难. 因此，到目前为止，从物理到数学及其他学科，对有色噪声效应的研究尚缺乏统一的严格的理论框架. 不过，近几年来提出了一些近似方法，借助于超级计算机数值模拟，正在推动该项研究向前发展. 下面对此作一简评.

对于系统为单变量和受到外部环境单个噪声源作用的情形，系统的演化满足如下朗之万方程：

$$\frac{\partial X}{\partial t}=f(X)+g(X)\xi(t), \tag{9}$$

其中 $\xi(t)$ 可为白噪声，也可为有声噪声. 当 $\xi(t)$ 为白噪声时，$X(t)$ 为一个扩散过程，并且 $X(t)$ 过程的相应几率密度 $P(X, t)$ 满足如下福克-普朗克方程（简称 FPE）：

$$\frac{\partial P}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial X}f(X)P+D\frac{\partial}{\partial X}g(X)\frac{\partial}{\partial X}g(X)P. \tag{10}$$

此方程与方程（9）是等价的，其中 D 为噪声强度，白噪声的关联函数为 δ 函数. 只要给予适当的边界条件和初值 $P_0=\delta(X-X_0)$，就可求解方程(10).

我们最关心的是方程（9）中 $\xi(t)$ 为有色噪声的情形. 当 $g(X)$ 为常数时，称为附加噪声；当 $g(X)$ 为非常数时，称为多重噪声. 由于有色噪声通常是非高斯分布和非马尔科夫过程的，因此迄今尚无严格求解方程（9）的方法，也找不到与方程（9）精确对应的 FPE. 目前，提出解决的办法的思想是：即使是有色噪声，也要通过近似方法，将方程（9）化为还是由白噪声表示的另一个朗之万方程，然后再将它化为“有效的福克-普朗克方程”（简称 EFPE）. 换言之，可以将随机噪声视为另一个动力学变量，从而将问题转化为具有两个变量的马尔科夫过程，于是只要求解两变量的随机微分方程，然后，再将随机微分方程转化为与之等价的二维 FPE. 二维 FPE 仍然难以求解，怎么办？下一步还得设法化为一维 FPE，最后变成 FEPE：

$$\frac{\partial}{\partial t}P(X, t)=-\frac{\partial}{\partial X}(f(X)P)-\frac{\partial}{\partial X}g(X)\frac{\partial}{\partial X}g(X)D(X, \tau_c)P. \tag{11}$$

方程(11)与以前不同的是，引进了“有效扩散系数” $D(X, \tau_c)$，其中 τ_c 为关联时间，当 $\tau_c\to 0$ 时，$D(X, \tau_c)\to D$. 值得注意的是，有效扩散系数的具体形式将随采用的近似方法不同而不同，但是迄今所有的近似方法都是采用小 τ_c，以及各种 D 与小 τ_c 的不同组合. 简言之，各种近似技术的根本不同之处在于求出不同的有效扩散系数表达式. 不过，只要采用相同的近似条件，就可导出相同的 EFPE. 主要的近似方法[5]有以下几种.

（1）投影算符技术. 此法运用泛函求导避免了 $D(X,\tau_c)=0$ 的出现. 为了克服有效扩散系数变为零和接近于负值，此法采用一个特设项，即采用指数形式计算几率密度.

（2）路径积分技术．此法对指数形式采用小τ_c处理，定义一个时间依赖的有效扩散系数，运用路径积分，将积分围绕t展开到$(t-\tau_c)$量级．这样，积分将不依赖于动力学，也不取决于涨落，从而能导出与上法相近的结果．

（3）解耦技术．此法用常数取代有效扩散系数中的态依赖函数$\langle f'(X)\rangle$，又用未知的稳态值$\langle f(x)\rangle$取代平均值．然后，通过自洽方法算出这个值，或将它作为一个唯象参数来处理．

（4）累计求和技术．有效扩散系数在$t\gg\tau_c$时可用求和形式表达，其中关联函数取指数形式，从而将EFPE化为所谓“最好的福克-普朗克方程”，再求出稳恒的几率分布解．

此外，还有奇异摄动法、矩阵连分式展开法等等．通常上述方法只适用于τ_c较小的情形，对于大τ_c情形将遇到困难．因此，如何考虑适合不同关联时间τ_c，将是理论上的关键所在．就迄今理论现状，可以归纳为3类：（1）“小τ_c”理论，主要通过级数展开，如按噪声参数展开，所得到的理论本质上是马尔科夫白噪声理论；（2）线性化统计理论或平均场理论，此法有效地降低了FPE的维数；（3）从小τ_c到大τ的近似统一理论，在小τ_c和大τ_c两种极限下可以得到精确的结果，但该理论只适用于弱有色噪声和靠近平衡态的情形，不适用于中等强度的有声噪声和强有色噪声时的多重稳恒态情形，也不能描述指数大的（或小的）渐近统计量，如不能描述弱噪声下的所谓“逃逸”现象．

五、当前研究的主要动向

在非线性耗散动力学中环境噪声及其与空间自由度的相互作用，是近年来有关专业会议的一个中心议题．主要研究两大类系统：一是连续非线性动力学系统；二是离散动力学系统．通常从一维和低维开始研究，现在的趋势正向高维系统发展．后者虽较困难，但展示了许多低维系统没涉及到的新效应．

理论和实验两方面的研究都引起普遍重视．在实验方面，主要集中在流体、液晶、超流、非线性电路、化学反应等．在理论方面，重点在于深入寻求统一的理论方案，以描述各种有色噪声作用下的非线性动力学及其规律性．关键点已集中到关联时间从小到大的全过程的统一问题，以及有效扩散系数普遍表达式的获取等．

目前解决高维有色噪声问题主要借助于超级计算机的数值模拟技术，因此，进一步改进、完善和创新数值计算方法，也是近年来主要的研究动向之一．

非线性动力学系统中的环境噪声效应的一般理论与其他学科、领域之间的关系及其应用前景，始终也是一个值得注意的问题．

作者衷心感谢I．普利高津教授和L．雷克教授对本课题的关心和支持，以及在美国普利高津研究中心同作者进行的富有启发性的学术讨论．

［1］方锦清，高良俊，《自然杂志》，**10**(1987)883
［2］Kimura M., Ohta T., *Theoretical Aspects of Population Genetics*, Princeton University Press (1971)
［3］Horsthemke W., Lefever R., *Noise-Induced Transitions*, Springer (1984)
［4］Glass L., Mackey M. C., *From Clocks to Chaos, The Rhythms of Life*, Princeton University Press (1988)
［5］Moss F., McClintock P. V. E. eds., *Noise in Non-Linear Dynamical Systems*, Vol. **1～3**, Cambridge University Press (1989)
［6］Sagdeev R. Z. *et al.*, *Nonlinear Physics*, Harwood Academic Publishers (1988)
［7］*Fang Jinqing*（方锦清），*Phys. Lett. A*, **142** (1989) 344

我赞成……科学进展是一种悲喜交集的福音．我们要正视这一点：福音是悲喜交集的，例外很少．

——波普尔